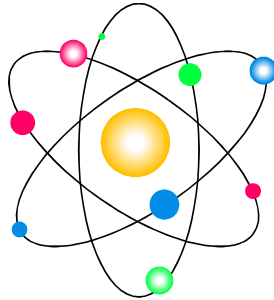


Formel -Sammlung *Physik*



Autor: Drifte Marcel

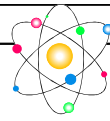
Datum: 19. Nov. 2006

Dokumentname: **Physik.sxw** (*openoffice.org*)

Dokument zu finden unter: **www.formelsammlung.telabo.ch**

Inhaltsverzeichnis

1. Kinematik.....	2
2. Kinematik der Drehbewegung.....	3
3. Massenanziehung, Gravitation.....	5
4. Modulation.....	8
5. Drehimpuls.....	10
7 Mechanik der Flüssigkeiten.....	11
30. Wärmelehre (Kalorik , Thermodynamik).....	14
31. Schwingungen.....	20
47. Grundlagen.....	22
48. Elektrostatik.....	25
49. Magnetismus.....	28
50. R L C-Elemente.....	34
51. Schwingkreis.....	36
52. Wirk-Schein-Blindleistung.....	39
53. Transformator.....	41
54. Motoren.....	42
55. Stromversorgung.....	44
56. Halbleiter.....	46
57. Bipolar-Transistor.....	47
58 FET-Schaltungen.....	50
59. Operationsverstärker.....	53
60. Dreiphasensysteme.....	55
62. Vierpol Parameter.....	57



1. Kinematik

1. Mechanik

- Kinematik	Beschreibt den Ablauf der Bewegung	
- Dynamik	- Statik:	Kräfte an ruhigen Körpern
	- Kinetik:	Zusammenhänge von Kinetik und Bewegung

1.1 Kinematik

1.1.1 Gleichförmig, Geradlinige Bewegung

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

v	: Geschwindigkeit	[m/s]
s	: Weg	[m]
t	: Zeit	[s]
a	: Beschleunigung	[m/s ²]

1.1.2 Gleichmässig beschleunigte Bewegung ohne Anfangsgeschwindigkeit

$$s = \frac{a \cdot t^2}{2}$$

$$v = a \cdot t$$

v	: Geschwindigkeit	[m/s]
s	: Weg	[m]
t	: Zeit	[s]
a	: Beschleunigung	[m/s ²]

1.1.3 Gleichmässig beschleunigte Bewegung mit Anfangsgeschwindigkeit

$$s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}$$

$$v = v_0 + a \cdot t$$

v	: Geschwindigkeit	[m/s]
s	: Weg	[m]
t	: Zeit	[s]
a	: Beschleunigung	[m/s ²]

1.1.4 Der freie Fall

$$s = \frac{g \cdot t^2}{2}$$

$$v = g \cdot t$$

v	: Geschwindigkeit	[m/s]
s	: Weg	[m]
t	: Zeit	[s]
g	: 9.91	[m/s ²]

1.1.5 Der senkrechte Wurf

Steigzeit:

$$t = \left| \frac{v_0}{g} \right|$$

Steighöhe:

$$s' = \frac{v_0 \cdot t'}{2} = \left| \frac{v_0^2}{2g} \right|$$

Flugzeit:

$$t'' = \left| \frac{2 \cdot v_0}{g} \right|$$

1.1.6 Der horizontale Wurf

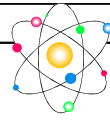
$$y = y_0 + \frac{1}{2} a t^2$$

$$x = x_0 + v \cdot t$$

1.1.7 Der schiefe Wurf

$$y_p = v_0 \cdot \sin(\alpha_0) \cdot t + \frac{1}{2} a_y t^2$$

$$x_p = v_0 \cdot \cos(\alpha_0) \cdot t$$



2. Kinematik der Drehbewegung

2.1 Gleichförmige Drehbewegung

Bahngeschwindigkeit
 bei $|\vec{v}_1| = |\vec{v}_2| = v$ gilt:

$$v = \frac{ds}{dt}$$

$$v = 2\pi r \cdot n$$
 n: Drehzahl [s⁻¹]
 v: Geschwindigkeit [m/s]
 s: Strecke [m]
 t: Zeit [s]

Bahnbeschleunigung

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$
Bem: Der betrage bleibt konstant. Nur die Richtung ändert sich.

Radialbeschleunigung

$$\vec{a}_r = \frac{d\vec{v}}{dt} \quad |\vec{v}| = \text{const}$$

$$a_r = \frac{dv}{dt} = \frac{v}{r} \cdot \frac{ds}{dt} = \frac{v^2}{r}$$

$$a_r = \frac{v^2}{r} = v\omega = \omega^2 r$$
 Die Radialbeschleunigung der Kreisbewegung **steht immer senkrecht auf der Bahngeschwindigkeit** und zeigt in radialer Richtung auf den Kreismittelpunkt.

2.2 Drehzahl und Winkelgeschwindigkeit

Drehzahl

$$n = \frac{N}{t} \quad n = \frac{1}{T}$$

$$v = \frac{2\pi r}{T} = 2\pi r \cdot n$$
 n: Drehzahl [1/s]
 N: Zahl der Umdreh.
 T: Zeit für 1 Umdreh

Mittlere Winkelgeschwindigkeit

$$\bar{\omega} = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$$
 Mittlere Winkelgeschwindigkeit = $\frac{\text{gesamte überstrichener } \angle}{\text{dazu benötigte Zeit}}$

Momentane Winkelgeschwindigkeit

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi n$$

$$\omega \quad : \text{rad/sec} = 1/\text{sec}$$

$$\varphi \quad : \text{rad}$$

$$t \quad : \text{sec}$$

Bahngeschwindigkeit

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \omega r$$
 Mittlere Bahnbeschl. = $\frac{\text{gesamte überstrichener Winkel}}{\text{dazu benötigte Zeit}}$

2.3 Ungleichförmige Kreisbewegung

Mittlere Bahnbeschleunigung

$$\bar{a}_t = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$
 Mittlere Bahnbeschl. = $\frac{\text{Änderung der Bahngeschwindigkeit}}{\text{dazu benötigte Zeit}}$

Bahnbeschleunigung

$$a_t = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t}$$
 Die Richtung der Bahnbeschleunigung ist tangentiell zur Kreisbahn.

Mittlere Winkelbeschleunigung

$$\bar{\alpha} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$
 Mittlere Winkelbeschl. = $\frac{\text{Änderung der Winkelgeschwindigkeit}}{\text{dazu benötigte Zeit}}$

Winkelbeschleunigung

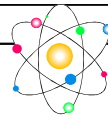
$$\alpha = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

Kennzeichnung des Drehsinnes

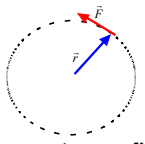
2.4 Drehzahlmessung mittels Stropkop

Situation
 Eine Drehscheibe mit k Markierungen wird mit einem Stethoskop abgeblitzt. Dabei gibt es Blitzfrequenzen bei dem das Rad stehen bleibend zu scheint. Um die Drehzahl festzustellen braucht es zwei benachbarte Blitzfrequenzen.

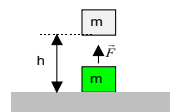


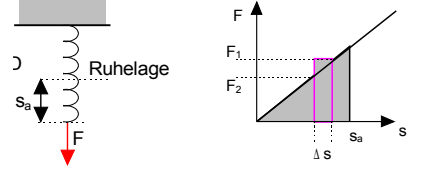
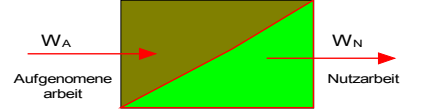
$$n = \frac{f_1 f_2}{k(f_1 - f_2)}$$

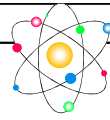


2.5 Dynamik der geradlinigen Bewegung

<p>Drehmoment</p> $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$ 	<p>F: Drehmoment [Nm] r: Radius [m]</p>
<p>Federkraft</p> $\vec{F}_F = -D \cdot \vec{x}$	<p>D: Federrate</p>
<p>Beschleunigungskraft</p> $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$	<p>m: Masse [Kg]</p>
<p>Gewichtskraft</p> $\vec{F} = m \cdot \vec{g}$	<p>F: Kraft [N]</p>
<p>Haftreibung</p> $F_{R_{\max}} = \mu \cdot F_N$	<p>μ: Haftreibungskoeffizient F_N: Normalkraft [N]</p>
<p>Gleitreibung</p> $F_R = \mu' \cdot F_N \quad \mu < \mu'$	<p>μ: Gleitreibungskoeffizient</p>
<p>Rollreibung</p> $F_R = \mu_r \cdot F_N$ $\mu_r \approx \frac{1}{r}$ $\mu_r = \frac{f}{r}$	<p>μ_r: Rollreibungskoeffizient f: Rollreibungslänge [m]</p> <p>BEM: Hängt von der Beschaffenheit und der Kontaktfläche sowie vom Radius des Rades ab.</p>

2.6 Arbeit, Leistung, Energie

<p>Arbeit</p> $W = \vec{F} \cdot \vec{s}$	<p>W: Arbeit [Nm] = [J] s: Weg [m] F: Kraft [N]</p>
<p>Hubarbeit</p> $W = \vec{F} \cdot \vec{h} = mgh$	<p>m: Masse [Kg] g: 9.81 [m/s] h: Hoehe [m]</p> 
<p>Reibungsarbeit</p> $W_r = \vec{F} \cdot \vec{s} = F_N \cdot s$	
<p>Beschleunigungsarbeit</p> $W_B = \frac{1}{2} m \cdot v^2$	
<p>Elastische Verformungsarbeit</p> $\Delta W_i = \frac{F_1 + F_2}{2} \cdot \Delta s$ $W = \sum_i \Delta W_i$ <p>TIP: Fläche unter der Kurve</p>	
<p>Leistung</p> $P = \frac{\Delta W}{\Delta t}$	<p>P: Leistung [J/s] = [W]</p>
<p>Wirkungsgrad</p> $\eta = \frac{W_N}{W_A} \quad \text{oder} \quad \eta = \frac{P_N}{P_A}$ $0 < \eta < 1$	
<p>Energie</p> <p>Kinetische Energie</p> $E_k = \frac{1}{2} m \cdot v^2$ <p>Potentielle Energie</p> $E_p = mg \cdot h$	<p>Spannungenergie (pot. Energie)</p> $E_p = \frac{1}{2} D \cdot s^2$ <p>Energiesatz der Mechanik</p> $\Delta W = \Delta E_p + \Delta E_k$ <p>E [Nm] = [J]</p>



3. Massenanziehung, Gravitation

3.1 Gravitationsgesetz [Benedetti 9.03]

$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}$		
F	: Gravitationskraft	[N]
m ₁ , m ₂	: Beliebige Massen	[kg]
r	: Abstand	[m]
γ	: Gravitationskonstante	
	6,68E ⁻¹¹ m ³ /(kg s ²)	

Schwerbeschleunigung auf der Erde		m _e : Masse Erde	[kg]
		r : Radius von Zentrum	[m]
		γ : Gravitationskonstante	[m ³ /(kg s ²)]
$g = \gamma \frac{m_E}{r^2}$		Siehe auch Mende Simon p.88	

Anziehungskraft in Homogener Kugel			
$F = \gamma \frac{m_1 \cdot m \cdot r}{R^3}$			
Schwerbeschleunigung innerhalb einer Homogenen Kugel			
$g = \gamma \frac{m_1 \cdot r}{R^3}$		F	: Kraft [N]
		m ₁	: Masse der Kugel [kg]
		m	: Testmasse [kg]
		R	: Radius der Kugel [m]
		r	: Abstand der Testmasse vom Zentrum m1 [m]

3.1.1 Geostationäre Bahn

$r = \sqrt[3]{\frac{\gamma \cdot m_p}{\omega^2}}$	ω	: Winkelgeschwindigkeit	[1/s]
	γ	: Gravitationskonstante	
	m _p	: Masse des Planeten	[kg]

3.2 Hubarbeit

Energie im Homogenes Kraftfeld		m	: Masse	[kg]
$W_h = F \cdot h = mgh$		g	: Schwerebeschleunigung	[m/s ²]
		h	: Höhe von der Oberfläche	[m]

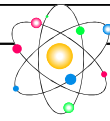
Energie im Inhomogenen Kraftfeld (Wie die Erde)		γ	: Gravitationskonstante	
			6,68E ⁻¹¹ m ³ /(kg s ²)	
$W_h = \gamma \cdot m_1 m \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$				

3.3 Potentielle Energie

Bezüglich der Oberfläche siehe Hubarbeit			
Bezüglich eines unendlich weit entfernten Punktes und einem Punkt im Abstand r.			
$\phi = \phi_\infty = -\gamma \cdot m_p \frac{1}{r}$			
E _{pot} bezüglich derselben Masse in einem unendlich entfernten Punkt			
$EPOT = m \cdot \phi$			
φ	: Gravitationspotential		
γ	: Gravitationskonstante		
m _p	: Masse des Planeten	[kg]	
r	: Abstand zum Zentrum (Ausserhalb des Planeten)	[m]	

3.4 Fluchtgeschwindigkeit

$v_{FL} = \left(\frac{2 \cdot \gamma \cdot m_p}{r} \right)^{\frac{1}{2}}$			
v _{FL}	: Fluchtgeschwindigkeit	[m/s]	
γ	: Gravitationskonstante		
m _p	: Masse des Planeten	[kg]	
r	: ursprünglicher Abstand (Zentrum) vom Planeten (Ausserhalb)	[m]	
R _p	: Grenze der Kinetischen Energie bei der ein Körper der Masse m an die Erde gebunden bleibt.	[m]	



3.5 Kinematik der Rotation

3.6 Zentripetalkraft

<p>Kreisbewegung $\alpha = 0, T, \omega$</p> <p>F_{ZP} ist die Zentripetalkraft => Verantwortlich für die Kreisbewegung F_{ZF} ist die Zentifugalkraft => Scheinkraft</p>	<p>Translation (Beschleunigt)</p> <p>F_{RES} ist die resultierende Kraft => Verantwortlich für die Beschleunigung F_T ist eine Scheinkraft</p>
<p>Zentripetalkraft</p> $F_{ZP} = m \cdot \vec{a}_r$ $= m \cdot r \omega^2$ $= m \cdot v \omega$ $= m \frac{v^2}{r}$	<p>Rotationsbeschleunigung</p> $a_r = \frac{v^2}{r}$ $a_r = r \cdot \omega^2$ <p>a_r : Radialbeschleunigung [m/s²] a_t : tangentialbeschleunigung [m/s²] v : Geschwindigkeit [m/s] r : Radius [m] ω : Kreisfrequenz [1/s] γ : Gravitationskonstante 6,68E-11 m³/(kg s²)</p>
<p>Rotationsenergie</p> $E_{kin}^{rot} = \frac{1}{2} J \omega^2$	<p>m : Masse [kg] J : Massenträgheitsmoment [kg m²] ω : Kreisfrequenz [1/s]</p>
<p>Massenträgheitsmoment</p> $J = \sum_i^n (r_i^2 \cdot \Delta m_i)$	<p>J : Massenträgheitsmoment [kg m²]</p>

Massenträgheitsmoment für einfache Formen mit Schwerpunkt im Zentrum:

<p>Vollzylinder: $J = \frac{1}{2} m R^2$</p>	<p>Kugel: $J = \frac{2}{5} m R^2$</p>
<p>Hohlzylinder: $J = m R^2$</p>	<p>Stab: $J = \frac{1}{12} m L^2$</p>
<p>m : Masse [kg] J : Massenträgheitsmoment [kg m²] R : Radius [m] L : Länge [m]</p>	<p>Platte: $J = \frac{1}{12} m L^2$</p>

Satz von Steiner (Schwerpunkt verschiebung)

$$J = J_s + m \cdot s^2$$

$$E = \frac{1}{2} (J_s + m s^2) \omega^2$$

J : Massenträgheitsmoment [kg m²]
 E : Energie [J]
 m : Masse [kg]
 ω : Kreisfrequenz [1/s]
 s : Verschiebung von Schw.p [m]

Gesamt energie eines Rotierenden Körpers

$$E_{kin}^{tot} = E_{kin}^{rot} + E_{kin}^{trans}$$

$$E_{kin}^{tot} = \frac{1}{2} J \omega^2 + \frac{1}{2} m v^2$$

m : Masse [kg]
 v : Geschwindigkeit [m/s]
 ω : Rotationsgeschwindigkeit [1/s]
 J : Massenträgheitsmoment [kg m²]
 E : Energie [J]

Geschwindigkeit unter Berücksichtigung des Massenträgheitsmoment

$$v = \sqrt{\frac{2mgh}{m + \frac{J}{r^2}}}$$

v : Geschwindigkeit [m/s]
 m : Masse [kg]
 J : Massenträgheitsmoment [kg m²]
 h : Höhe [m]
 r : Radius der Kugel [m]
 g : 9,81 [m/s²]



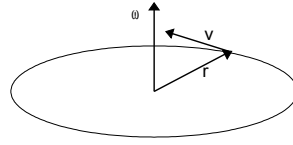
3.7 Drehmoment

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$\vec{M} = J \times \vec{\alpha}$$

$$\vec{v} = \vec{\omega} \cdot \vec{r}$$

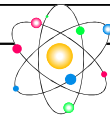
$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$$



- α : Winkelbeschleunigung [1/s²]
- v : Tangentialgeschwindigkeit [m/s]
- J : Massenträgheitsmoment [kg m²]
- r : Radius [m]
- ω : Rotationsgeschwindigkeit [1/s]

3.8 Arbeit und Leistung bei Drehbewegung

<p>Arbeit bei M=const.</p> $W = M \cdot \varphi$	<p>M : Drehmoment [Nm]</p> <p>φ : überstrichener Winkel [rad]</p> <p>W : Arbeit [J] [Nm]</p>
<p>Leistung</p> $P = \frac{\Delta W}{\Delta t}$ $P = \frac{M \cdot \Delta \varphi}{\Delta t}$ $P = M\omega$	<p>P: :Leistung [Watt]</p> <p>φ :Drehwinkel [rad]</p> <p>ω :Winkelgeschwindigkeit [1/s]</p> <p>M :Drehmoment [Nm]</p>



4. Modulation

4.1 Amplituden modulierte Signale

<p>AM (Amplitudenmoduliert klas.) DSB (Double Side Band)</p>		
<p>ZM (Zweiseitenband moduliert ohne Träger) DSBSC (Double Side Band suppressed carrier)</p>		
<p>EM (Einseitenband moduliert) SSB(SC) (Sigel Side Band)</p>		

4.2 Mischen von zwei Signalen

Gemischtes Signal

$$S(t) = \alpha_M \cdot S_M(t) \cdot S_T(t)$$

α_M : Modulationssteilheit []
(Verstärkung des Modulators)

4.3 Klassische Amplitudenmodulation AM

HF Träger

$$S_T(t) = \hat{S}_T \cos(2\pi \cdot f_T \cdot t)$$

NF Signal

$$S_M(t) = \hat{S}_M \cos(2\pi \cdot f_M \cdot t)$$

Moduliertes Signal

$$S_{AM}(t) = \hat{S}_T \left(1 + m \frac{S_M(t)}{\hat{S}_M} \right) \cos(2\pi f_T \cdot t)$$

$S_{AM} = \hat{S}_T \cos(\omega_T t) + \frac{m}{2} \hat{S}_T \cos((\omega_T + \omega_M) \cdot t) + \frac{m}{2} \hat{S}_T \cos((\omega_T - \omega_M) \cdot t)$

Leistung der Seitenbänder

$$P_{AM} = P_T + 2 \cdot P_{\text{Seitenband}}$$

$$\frac{P_{AM}}{P_T} = 1 + \frac{m^2}{2} \text{ nur für eintonsignale}$$

Block Diagram: $S_M \rightarrow \text{AM} \left(\begin{smallmatrix} \uparrow \\ S_T \end{smallmatrix} \right) \rightarrow S_{AM}$

Nicht lineare Kennlinie.

m	: Modulationsgrad	[]
t	: Zeit	[s]
f _M	: NF-Frequenz	[Hz]
f _T	: HF-Frequenz	[Hz]

4.4 Zweiseitenband Modulation ZM

Realisierung mit Mischer siehe 4.2

4.5 Einseitenband Modulation EM

Realisierung mit Mischer und nachfolgendem Filter. BEM: Reduziert Bandbreite, aber nicht Sendeleistung

4.6 Modulationsgrad m

$$m = \frac{\hat{S}_M}{\hat{S}_T}$$

4.7 Demodulation

Hüllkurvendetektor für AM m<100%
Dämpfung des Schwingkreises

$$R_p \approx \frac{R}{2}$$

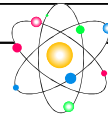
R_p : Last für den Schwingkreis

Synchrondemodulator (BSP: 1 Ton)

$$S_{NF} \sim \cos(2\pi \cdot f_{NF} \cdot t) \cdot \cos(\phi_{Loc})$$

- Träger wird nicht übertragen.
- Der Localosc. muss synchron mit dem Trägerosc. laufen.
- Der Empfänger ist sowohl für AM als auch für ZM geeignet

S _{NF}	: Demodulierte NF Signal
f _{NF}	: Frequenz des NF Signals
φ _{LOC}	: Phasenverschiebung gegenüber dem Idealen Trägersignal
S _T	: Trägersignal



4.8 Phasenmodulation (PM)

Phasenmodulation α_P : Modulationskonstante
 η : Phasenhup

$$S_{PM}(t) = \hat{S}_T \cos(\omega_T \cdot t + \alpha_P \cdot s_M(t))$$

Phasenhup
 $\eta = \alpha_P \cdot \hat{S}_M$

4.9 Frequenzmodulation (FM)

Phasenmodulation α_F : Modulationskonstante
 $\Delta\omega_{HF}$: Frequenzhub

$$S_{FM}(t) = \hat{S}_T \cos\left(\omega_T \cdot t + \int_0^t \alpha_F \cdot s_M(t) dt\right)$$

Frequenzhub
 $\Delta\omega_{HF} = \alpha_F \cdot \hat{S}_M$

4.10 Einton - Winkelmodulation (PM/FM)

Eintonwinkelmodulation η : Phasenhup (PM)
 η : Modulationsindex (FM) []

$$S_{PM/FM}(t) = \hat{S}_T \cos(\omega_T \cdot t + \eta \cdot \sin(\omega_M \cdot t))$$

Modulationsindex (FM) ω_M : Frequenz Einton [Hz]
 ω_T : Frequenz Träger [Hz]
 t : Zeit [t]

$$\eta = \frac{\Delta\omega_{HF}}{\omega_M}$$

Spektrum

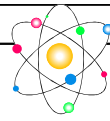
$$S_{PM/FM}(t) = \hat{S}_T \cdot \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n(\eta) \cdot \cos((\omega_T + n \cdot \omega) \cdot t)$$

wobei

$$J_n(\eta) = (-1)^n \cdot J_{-n}(\eta)$$

4.11 Praktische Bandbreite (PM/FM)

$$B_{PM/FM} = 2(\eta + 1) \cdot f_M$$



5. Drehimpuls

Siehe auch Benedetti 8.15

5.1 Drehimpuls bezüglich Ausgangspunkt

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$$

$$\vec{L} = J \cdot \vec{\omega}$$

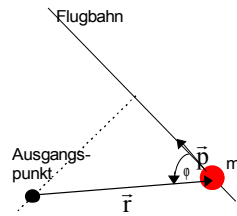
$$L = r \cdot p$$

$$= r \cdot m \cdot v$$

Bemerkung:

Wenn $\vec{p} = \text{const} \Rightarrow \vec{L} = \text{const}$ dh.

Es wirken keine Kräfte auf m



L	: Drehimpuls	[kg m ² /s]
J	: Massenträgheitsmoment	[kg m ²]
ω	: Winkelgeschwindigkeit	[1/s]
r	: Radius	[m]
p	: Impuls	[kg m/s]
v	: Geschwindigkeit	[m/s]
m	: Masse	[kg]

5.2 Drehmoment

$$\vec{M} = \frac{\Delta \vec{L}}{\Delta t}$$

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

L	: Drehimpuls	[kg m ² /s]
M	: Drehmoment	[Nm]
t	: Zeit	[s]

5.3 Massenträgheitsmoment

$$J = m \cdot r^2$$

J	: Massenträgheitsmoment	[kg m ²]
r	: Radius	[m]
m	: Masse	[kg]

5.4 Kreisel

Precision

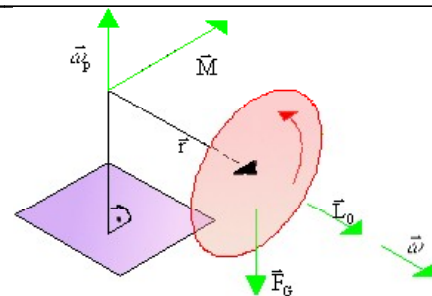
$$\omega_p = \frac{M}{L_0}$$

Drehmoment

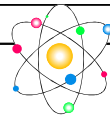
$$\vec{M} = \frac{\Delta \vec{L}}{\Delta t}$$

$$\vec{M} = \vec{\omega}_p \times \vec{L}_0$$

Wenn auf den Kreisel $F_G + F$ gedrückt wird zeigt M in die andere Richtung



ω _p	: Precision	[rad]
L ₀	: Drehimpuls	[Kg m ² /s]
M	: Drehmoment von r	[Nm]
r	: Radius	[m]



7 Mechanik der Flüssigkeiten

7.1 Ruhende Flüssigkeit

7.1.1 Allgemein

$p = \frac{F}{A}$	p : Druck [Pa]
	F : Kraft [N]
	A : Fläche auf die die Kraft wirkt [m]

7.1.2 Kompressibilität

$\chi = -\frac{1}{V} \frac{dV}{dp}$	V : Volumen [m ³]
-------------------------------------	-------------------------------

7.1.3 Druckausbreitung

Kraftwandler

$$F_2 = \frac{A_2}{A_1} F_1$$

Druckwandler

$$p_1 = \frac{A_2}{A_1} p_2$$

Schweredruck

$$p(h) = \frac{F_G}{A}$$

$$p(h) = \delta \cdot h \cdot g$$

$$F_G = mg = \delta Ahg$$

δ :	Dichte	[Kg/m ³]
h :	Höhe	[m]
g :	Erdbeschleunigung	9,81 [m/s ²]
m :	Masse	[kg]

7.1.4 Druckmessung Nanometer

Druckdifferenz

$$\Delta p = p_1 - p_2$$

$$\Delta p = \delta \cdot g \cdot \Delta h$$

δ : Dichte [Kg/m³]

Absoluter Druck

$$p_a = \delta \cdot g \cdot \Delta h$$

δ : Dichte [Kg/m³]

Auftrieb

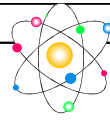
Der Auftrieb eines Körpers ist gleich dem Gewicht der verdrängten Flüssigkeitsmenge.

$$F_A = V_k \cdot \delta_{FL} \cdot g$$

$$F_A = A \cdot \delta_{FL} \cdot g \cdot \Delta h$$

δ_{FL} : Dichte der Flüssigkeit [Kg/m³]
V_k : Volumen des Körpers [m³]

Achtung: Die Dichte nimmt nach unten zu



7.2 Ruhende Gase

7.2.1 Allgemein

Bei Konstanter Temperatur $p \cdot V = const$	p : Druck V : Volumen	[Pa] [m ³]
--	------------------------------	---------------------------

7.2.2 Kompressibilität

Bei Temp. const. $\chi = \frac{1}{p}$	p : Druck	[Pa]
--	-------------	------

7.2.3 Schweredruck

Gesetzmässigkeit

$$\frac{p_0}{\delta_0} = \frac{p(h)}{\delta(h)}$$

$$\frac{dp}{dh} = \frac{-\delta_0}{p_0} g \cdot p(h)$$

Barometrische Höhenformel

$$p(h) = e^{-\frac{\delta_0}{p_0} gh} \cdot p_0$$

$p(h)$: Druck in der Höhe h [Pa]
 p_0 : Druck auf dem Boden [Pa]
 $\delta(h)$: Dichte in der Höhe h
 δ_0 : Dichte auf dem Boden

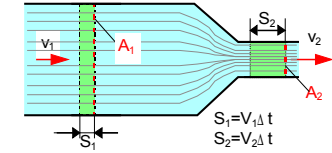
7.3 Fluiddynamik

Kontinuitätsgleichung

Für Inkompressible Fluide

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

Die beiden Volumina sind gleich gross.

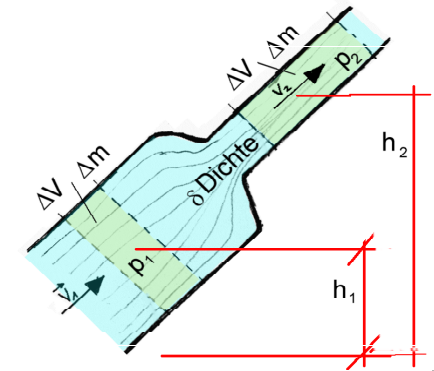


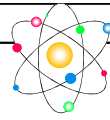
Bernulli Gleichung (Energie Erhaltung)

$$\underbrace{p_1}_{\text{Statischer Druck}} + \underbrace{\frac{1}{2} \delta v_1^2}_{\text{Dynamischer Druck}} + \underbrace{gh_1 \delta}_{\text{Schweredruck}} = \underbrace{p_2}_{\text{Statischer Druck}} + \underbrace{\frac{1}{2} \delta v_2^2}_{\text{Dynamischer Druck}} + \underbrace{\delta gh_2}_{\text{Schweredruck}}$$

oder

$$p + \frac{1}{2} \delta v^2 + gh\delta = const.$$





7.3.4 Druckmessungen in Strömungen

Statischer Druck

$$p_{stat} = p_2 + \delta \cdot g \cdot \Delta h$$

Gesamtdruck

$$p_{Gesamt} = \delta \cdot g \cdot \Delta h$$

Dynamischer Druck

$$p_{Dyn} = \delta \cdot g \cdot \Delta h$$

Strömungsgeschwindigkeit

$$v_1 = v_2 = \sqrt{\frac{2 p_{Dyn}}{\delta}}$$

Druckdifferenzen (Venturirohr)

$$\Delta p = p_1 - p_2 = \delta_{flüssig} \cdot g \cdot \Delta h$$

Strömungsgeschwindigkeit

$$v_1 = \sqrt{\left[\left(\frac{A_1}{A_2} \right)^2 - 1 \right] \delta}$$

7.4 Volumenstrom

Austritts geschwindigkeit

$$v_2 = \sqrt{2gh}$$

Volumenstrom

$$\dot{V} = \frac{V}{t} = A_2 \cdot v_2$$

\dot{V} : Volumenstrom [m³/s]

7.5 Reale laminare Strömung (mit innere Reibung ,ohne Wirbel)

Bei linearer geschw. Verteilung

$$F_R = \eta \cdot A \frac{v}{x}$$

Bei nicht lineare geschw. Verteilung

$$F_R = \eta \cdot A \frac{dv}{dx}$$

η : Viskosität [Pa*s]
 F_R : Reibungskraft [N]

Strömung in einem Rohr

$$v(r) = \frac{\Delta p}{4l\eta} (R^2 - r^2)$$

$$\Delta p = p_1 - p_2$$

Volumenfluss

$$V = \frac{\pi \cdot \Delta p}{8 \cdot \eta \cdot l} R^4 \cdot t$$

Reibungskraft auf Rohr

$$F_R = \Delta p \cdot r^2 \cdot \pi$$

$$F_R = 8 \cdot \pi \cdot \eta \cdot l \cdot \bar{v}$$

\bar{v} : Mittlere Geschwindigkeit
 $v(r)$: Geschwindigkeit abh. von r [m/s]
 η : Viskosität [Pa* s]

$\bar{v} = \frac{\dot{V}}{r^2 \pi}$

Reibungskraft auf Kugel

$$F_R = 6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r \cdot v$$

r : Radius Kugel [m]
 F_R : Kraft [N]
 v : Geschwindigkeit Flüssigk. oder Kugel [m/s]
 η : Viskosität [Pa* s]

7.8 Turbulente Strömung (Wirbelbildung)

Ab kritischer Geschwindigkeit ein Wechsel von laminarer zur turbulenten Strömung

Reynoldszahl Re

$$Re = \frac{l \cdot \delta \cdot v}{\eta}$$

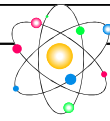
l : char. Länge des Körpers
 δ : Dichte des Fluids
 η : Viskosität
 v : rel. Geschwindigkeit zwischen Körper und Fluid

Strömungen um oder in geom. Körpern sind gleich, wenn die Reynoldszahlen gleich sind.

$[A]$: Stirnfläche m²
 $[C_w]$: Widerstandsbeiwert -

Strömungswiderstand

$$F_w = c_w \cdot A \frac{1}{2} \delta \cdot v^2$$



30. Wärmelehre (Kalorik , Thermodynamik)

30.1 Temperatur (Mende Simon p.109, Beneteti 14.01)

Absolute Temperatur (T)	T: Temperatur [K]
$T = \frac{2}{3 \cdot k} \cdot E_{Kin}$	k: Boltzmannkonstante [$\frac{J}{K}$] 1.3806619E-23 $\frac{J}{K}$
Mittlere kinetische Energie der Gasatome	m: Masse [Kg]
$E_{Kin} = \frac{1}{2} m \cdot v^2$	E_{Kin} : Mittlere kin. Energie [J]
	\bar{v} : Mittler Geschwindigkeit der Gasmoleküle [$\frac{m}{s}$]

30.2 Temperaturskala

Umrechnung:	K in Kelvin
$T[K] = T[C^\circ] + 273.15$	C° in Celsius Grad
$T[F] = \frac{9}{5} T[C^\circ] + 32$	F in Fahrenheit
$T[C^\circ] = \frac{5}{9} (T[F] - 32)$	

30.3 Thermische Längen und Volumenausdehnung

Feste Stoffe:	α : Längenausdehnungskoeffizient [$\frac{1}{K}$]
$\frac{\Delta \ell}{\ell} \sim \Delta T$	γ : Volumenausdehnungskoeffizient [$\frac{1}{K}$] $\approx (1...100) 10^{-6} \frac{1}{K}$
Längenausdehnungskoeffizient	$\bar{\gamma}$: Flächenausdehnungskoeffizient [$\frac{1}{K}$]
$\alpha = \frac{\Delta \ell}{\ell \cdot \Delta T}$	T: Temperatur [K]
Volumenausdehnungs koeffizient	ℓ : Länge [m]
$\gamma = \frac{\Delta V}{V \cdot \Delta T} = 3 \cdot \alpha$	
Flächenausdehnungs koeffizient	
$\bar{\gamma} = 2 \cdot \alpha$	
Flüssige Stoffe (Volumenausdehnung):	m : Masse [Kg]
Dichte bei der Temperatur ϑ	V_ϑ : Volumen bei Temperatur ϑ [m^3]
$\delta_\vartheta = \frac{m}{V_\vartheta}$	ϑ : Temperatur [K]
	δ_0 : Dichte bei 0 C° [$\frac{Kg}{m^3}$]
	γ : Volumenausdehnungskoeffizient [$\frac{1}{K}$]
$\delta_\vartheta = \frac{m}{V_0(1 + \gamma \cdot \vartheta)} = \frac{\delta_0}{1 + \gamma \cdot \vartheta}$	Achtung: Die Dichte von Wasser ist am grössten bei 4 C°

Dichte Umrechnung verschiedener Temperaturen

Mende Simon p.116

$$\delta = \delta_0 \frac{p \cdot T_0}{T \cdot p_0}$$

Gasförmiger Stoffe

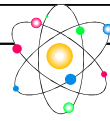
$\gamma \approx 3661 \cdot 10^{-6} \frac{1}{K}$ für alle idealen Gase	V : Volumen [m^3]
Volumenausdehnung bei p=const.	V_0 : Volumen bei 0 C° [m^3]
$V = V_0(1 + \gamma \cdot \vartheta)$	γ : Volumenausdehnungskoeffizient [$\frac{1}{K}$]
	ϑ : Temperatur [K]

30.4 Zustandsgleichung für ideale Gase

$\frac{p \cdot V}{T} = const = m \cdot R_s$	p : Druck [Pa] [N/m ²]
$\frac{p \cdot V}{T} = v \cdot R$	p_0 : Normaldruck [Pa]
$p \cdot V = \frac{m}{M_r} \cdot R \cdot T$	V : Volumen [m^3]
$p \cdot V = k \cdot N \cdot T$	m : Masse [m]
$v = \frac{m}{M_r}$	T : Temperatur [K]
$v = \frac{N}{N_A}$	R_s : spez. Gaskonstante [$\frac{J}{Kmol}$]
	R : Allgem. Gaskonstante [$\frac{J}{Kmol}$]
	R = 8314 $\frac{J}{Kmol}$
	M_r : Kilomolmasse [$\frac{Kg}{Kmol}$]
	N : Anzahl Teilchen
	N_A : Anzahl Teilchen pro Kilomol
	$N_A = 6.02 \cdot 10^{23}$ (Avogadrozahl)
	k : Boltzmannkonstante [$\frac{J}{K}$]
	v : Stoffmenge (Zahl der Kilomole)
	v:

30.5 Gemisch idealer Gase

$p \cdot V = v \cdot R \cdot T$	p_i : Partialdruck des i-ten Gases [Pa]
$p_i \cdot V = v_i \cdot R \cdot T$	$p = \sum p_i$
$\frac{m_1}{m} = \frac{\frac{1}{M_r} - \frac{1}{M_2}}{\frac{1}{M_1} - \frac{1}{M_2}}$	V : Volumen [m^3]
$\frac{V_1}{V} = \frac{M_r - M_2}{M_1 - M_2}$	R : Allgem. Gaskonstante [$\frac{J}{Kmol}$]
	R = 8314 $\frac{J}{Kmol}$
	m : Masse [Kg]
	m_1 : Masse des 1. Gases [Kg]
	M_r : Kilomolmasse [$\frac{Kg}{Kmol}$]
	M_1 : Kilomolmasse 1.Gases [$\frac{Kg}{Kmol}$]
	M_2 : Kilomolmasse 1.Gases [$\frac{Kg}{Kmol}$]
	V : Volumen [m^3]
	V_2 : Volumen 1. Gases [m^3]



30.6 Gas kinetische Deutung des Drucks

$p = \frac{2 \cdot N}{3 \cdot V} \overline{E_{Kin}}$	p : Druck [Pa] [N/m ²]
$\overline{E_{Kin}} = \frac{1}{2} m \cdot \overline{v^2}$	N : Anzahl Teilchen []
Mittlere Translationsener. eine idea. Gasmolek.	T : Temperatur [K]
$\overline{E_{Kin}} = \frac{3}{2} k \cdot T$	V : Volumen [m ³]
	k : Boltzmannkonstante [J/K]
	1.3806619E-23 J/K
	m : Masse [Kg]
	$\overline{E_{Kin}}$: Mittlere kin. Energie [J]
	\overline{v} : Mittler Geschwindigkeit der Gasmoleküle [m/s]

Mittlere Geschwindigkeitsverteilung

$$f(v) = \frac{dN}{dv} = 4\pi \cdot N \left[\frac{m}{2\pi kT} \right]^{\frac{3}{2}} v^2 \cdot e^{-\frac{mv^2}{2kT}}$$

Eigenschaft der Maxwell Gleichung

a.) $\frac{1}{N} \int_0^{\infty} f(v) dv = 1$

b.) Wahrscheinlichste Geschwindigkeit

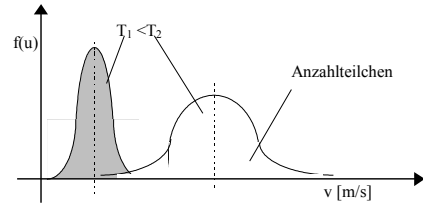
$$v_w = \sqrt{\frac{2k \cdot T}{m}}$$

c.) Mittlere Molekülgeschwindigkeit

$$\overline{v} = \sqrt{\frac{8k \cdot T}{\pi \cdot m}} = 1.128 \cdot v_w$$

d.) mittlere thermische Geschwindigkeit

$$\langle v \rangle = \sqrt{v^2} = \sqrt{\frac{3k \cdot T}{m}} = 1.225 \cdot v_w$$



T	: Temperatur	[K]
v	: Geschwindigkeit	[m/s]
k	: Boltzmannkonstante	[J/K]
	1.3806619E-23 J/K	
m	: Masse	[Kg]

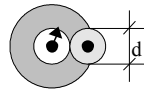
Mittlere freie Weglänge

$$\overline{\ell} = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot n \sigma}$$

$$\sigma = d^2 \cdot \pi$$

$$n = \frac{N}{V}$$

N:	Anzahl Teilchen	[]
V:	Volumen	[m ³]
$\overline{\ell}$:	Mittlere freie Weglänge	[m]
	50...200nm	



30.7 Gleichverteilungs Gesetz

Die Mittlere kinetische Energie	T : Temperatur [K]
$\overline{E_{Kin}} = \frac{1}{2} k \cdot T \cdot f$	k : Boltzmannkonstante [J/K]
	1.3806619E-23 J/K
	$\overline{E_{Kin}}$: Mittlere kin. Energie [J]
	f : Freiheitsgrad []

Tabelle

Gasart	Freiheitsgrad Translation	Rotation	Total f
⊙ 1 Atome	3	0	3
⊙⊙ 2 Atome	3	2	5
⊙⊙⊙ 3 Atome	3	3	6

30.8 Innere Energie

$U = E_{Kin} + E_{Pot}$	E_{Kin} :	Kinetische Energie (aus Molekularen Kräften) [J]
	E_{Pot} :	Potentielle Energie (Aus ungeordneten Wärme Bewegung) [J]
	U:	Innere Energie [J]

Die Innere Energie U ist die gesamttheit der Kinetischen Energie und potentiellen Energie aller seiner Moleküle, seiner Atome, Elektronen, Kerne und Neutronen.

30.9 Arbeit, Energie, Wärme

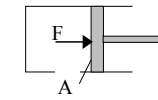
a.) Volumenänderungsarbeit

Das System gibt Arbeit ab!

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

$$= -p \cdot A \cdot ds$$

$$= -p \cdot dV$$



$$W_V = - \int_{V_1}^{V_2} p(V) \cdot dV$$

F	: Kraft	[N]
W	: Arbeit	[Ws]
s	: Weg	[m]
A	: Fläche	[m ²]
p	: Druck	[Pa]
V	: Volumen	[m ³]

b.) Wärmeenergie:

$$\Delta U = W + Q$$

$$dU = dW + dQ$$

W	: Arbeit	[Ws]
Q	: Wärmeenergie	[J]
	Q>0 System nimmt Wärme auf	
	Q<0 System gibt Wärme ab	
U	: Innere Energie	[J]

c.) Wärmekapazität

$$C = \frac{\Delta Q}{\Delta T}$$

Spezifische Wärmekapazität „spez. Wärme“

$$c = \frac{C}{m} \text{ Materialkonstante}$$

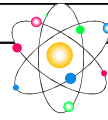
C	: Wärmeenergie	[J/K]
T	: Temperatur	[K]
Q	: Wärmeenergie	[J]
c	: spezifische Wärmekapazität	[J/kg K]
C_m	: molare Wärmekapazität	[J/kmol K]
M_r	: Kilomolmasse	[Kg/kmol]
m	: Masse	[Kg]

$$\Delta Q = m \cdot c \cdot \Delta T$$

$$= -p \cdot \Delta V$$

Molare Wärmekapazität „molare Wärme“

$$c_m = \frac{C}{v} = \frac{C}{m} M_r = c \cdot M_r$$



30.10 Spezifische Wärme von Idealen Gasen

<p>Berechnung von c_v</p> $c_v = \frac{R \cdot f}{2 \cdot M_r}$ <p>Molare Wärme</p> $c_{mv} = \frac{R \cdot f}{2}$ <p>Berechnung von c_p</p> $c_p = \frac{R}{M_r} \left(\frac{f}{2} + 1 \right)$ <p>Molare Wärme</p> $c_{mp} = R \left(\frac{f}{2} + 1 \right)$ <p>Abhängigkeit von c_p & c_v</p> $c_p = c_v + \frac{R}{M_r} \quad c_{mp} = c_{mv} + R$	<p>c_v : „spez. Wärme“ bei $V=const$</p> <p>c_p : „spez. Wärme“ bei $p=const$</p> <p>R : Allgem. Gaskonstante [$J/Kmol$] $R = 8314 J/Kmol$</p> <p>f : Freiheitsgrad []</p> <p>M_r : Kilomolmasse [$kg/Kmol$]</p>
<p>Adiabaten Exponenten χ</p> $\chi = \frac{c_p}{c_v} = \frac{f+2}{f}$	<p>c_v : „spez. Wärme“ bei $V=const$</p> <p>c_p : „spez. Wärme“ bei $p=const$</p> <p>f : Freiheitsgrad []</p> <p>χ : Adiabaten Exponent</p>
<p>spez. Wärme von festen Körpern</p> <ul style="list-style-type: none"> $c_p \approx c_v$ weil dV klein (Wärmezufuhr ergibt eine Zunahme der inneren Energie, keine Volumenarbeit) praktisch misst man c_p <p>Ist T klein (0...50K)</p> $c \sim T^3$ <p>Ist T gross (>300K)</p> $c_{mv} = 3 \cdot R$ $\approx 25 \cdot 10^3 \frac{J}{kmol K}$	<p>R : Allgem. Gaskonstante [$J/Kmol$] $R = 8314 J/Kmol$</p> <p>T : Temperatur [K]</p>
<p>Kalorimetrie (Wärmemessung)</p> $[m_1 \cdot c_1 (T_1 - T_m)] = [m_0 \cdot c_0 (T_m - T_0)] + [C_G (T_m - T_0)]$ $C_G = \frac{[m_1 \cdot c_1 (T_1 - T_m)] - [m_0 \cdot c_0 (T_m - T_0)]}{(T_m - T_0)}$ <p>c: spezifische Wärmekapazität [$J/kg K$] T: Temperatur [K] m: Masse [Kg]</p> <div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="margin-right: 20px;"> <p>m_1, c_1, T_1</p> <p>$C_G = c_g m_g$</p> <p>m_0, c_0, T_0</p> </div> </div>	

30.11 Zustandsänderung idealer Gase

Mende Simon p.138

Klassifikationen:

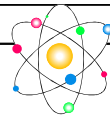
Prozesse	Eigenschaften
isochore	$\Delta V=0, V=const.$
isobare	$\Delta p=0, p=const.$
isotherme	$\Delta T=0, T=const.$
isotrophe (adiabatisch)	$\Delta Q=0, Q=const.$

30.11.1 Isochor

<p>Isochor $\Delta V=0, V=const.$</p> <p>$dW_v=0, \frac{T}{p} = const$</p> $\Delta U = \Delta Q = c_v \cdot m \cdot \Delta T$ $\Delta U = c_v \cdot \frac{M_r}{R} \cdot V \cdot \Delta p$ $\Delta U = \frac{f}{2} \cdot V \cdot \Delta p$	<p>T : Temperatur [K]</p> <p>Q : Wärmeenergie [J] $Q>0$ System nimmt Wärme auf $Q<0$ System gibt Wärme ab</p> <p>U : Innere Energie [J]</p> <p>m : Masse [Kg]</p> <p>f : Freiheitsgrad []</p> <p>c_v : „spez. Wärme“ bei $V=const$</p> <p>p : Druck [Pa]</p> <p>V : Volumen [m^3]</p> <p>R : Allgem. Gaskonstante [$J/Kmol$] $R = 8314 J/Kmol$</p> <p style="text-align: right;">siehe auch Benedetti 14.08</p>
--	--

30.11.2 Isobar

<p>Isobare $\Delta p=0, p=const.$</p> $\frac{T}{V} = const$ $\Delta U = \Delta Q + \Delta W_v$ $\Delta Q = c_p \cdot m \cdot \Delta T$ $\Delta Q = \frac{f+2}{2} \cdot \frac{R}{M_r} \cdot m \cdot \Delta T$ $\Delta Q = \frac{f+2}{\chi} \cdot p \cdot \Delta V$	<p>T : Temperatur [K]</p> <p>Q : Wärmeenergie [J] $Q>0$ System nimmt Wärme auf $Q<0$ System gibt Wärme ab</p> <p>U : Innere Energie [J]</p> <p>m : Masse [Kg]</p> <p>f : Freiheitsgrad []</p> <p>V : Volumen [m^3]</p> <p>p : Druck [Pa]</p> <p>R : Allgem. Gaskonstante [$J/Kmol$] $R = 8314 J/Kmol$</p> <p>χ : Adiabaten Exponent</p> <p style="text-align: right;">siehe auch Benedetti 14.08</p>
---	---



30.11.3 Isotherm

Isotherme $\Delta T=0$, $T=const.$
 $dU=0$, $U=const$

$p \cdot V = const$
 $-W_v = +Q$

$Q = \int_{V_1}^{V_2} p \cdot dV$

$Q = \frac{m}{M_r} \cdot R \cdot T \int_{V_1}^{V_2} \frac{1}{V} dV$

$Q = \frac{m}{M_r} \cdot R \cdot T \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$

$Q = \frac{m}{M_r} \cdot R \cdot T \cdot \ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right)$

$Q = p_1 \cdot V_1 \cdot \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right)$

$= p_2 \cdot V_2 \cdot \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right)$

$= p_1 \cdot V_1 \cdot \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right)$

$= p_2 \cdot V_2 \cdot \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right)$

$\frac{m}{M_r} = \nu$: Stoffmenge:

siehe auch Benedetti 14.07

T	: Temperatur	[K]
R	: Allgem. Gaskonstante	[J/kmol K]
R = 8314		[J/kmol K]
f	: Freiheitsgrad	[]
M _r	: Kilomolmasse	[kg/kmol]
W _v	: Arbeit	[J] [Ws]
Q	: Energie	[J] [Ws]
m	: Masse	[Kg]
p	: Druck	[Pa]
p ₁	: Druck am Anfang	[Pa]
p ₂	: Druck am Ende	[Pa]
V	: Volumen	[m ³]
V ₁	: Volumen am Anfang	[m ³]
V ₂	: Volumen am Ende	[m ³]

30.11.4 Isotroph

Isotrophe (adiabatisch) $\Delta Q=0$, $Q=const.$
 $dU=dW_v$

$c_v \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = -\frac{R}{M_r} \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$

Adiabatische Zustandsgleichung

$p \cdot V^X = const$

$T^X \cdot p^{1-X} = const$

$X = \frac{c_p}{c_v}$ Adiabatenexponent

Arbeit bei adiabatischen Zustandsänderung

$\Delta W = \frac{p_2 \cdot V_2 - p_1 \cdot V_1}{X - 1}$

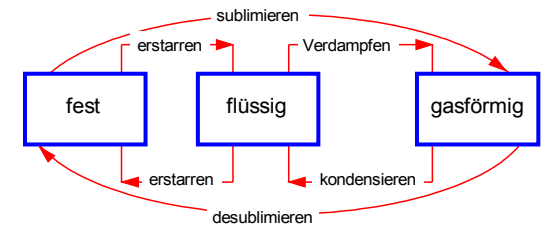
siehe auch Benedetti 14.07

c _v	: „spez. Wärme“ bei V=const	
c _p	: „spez. Wärme“ bei p=const	
X	: Adiabaten Exponent	
T	: Temperatur	[K]
p	: Druck	[Pa]
p ₁	: Druck am Anfang	[Pa]
p ₂	: Druck am Ende	[Pa]
V	: Volumen	[m ³]
V ₁	: Volumen am Anfang	[m ³]
V ₂	: Volumen am Ende	[m ³]
ΔW	: Arbeit	[Ws]
R	: Allgem. Gaskonstante	[J/kmol]
R = 8314		[J/kmol]
X	: 1.402 für Luft (Mende Simon p122)	

30.12 Änderung von Aggregatzustände

30.12.1 Allgemein

- Die Siedetemperatur ist stark druckabhängig
- Verflüssigen von Gasen durch Kompression ist nur möglich falls $T < T_k$ ist



MENDE SIMON p.143
Benedetti p.14.03

Fest ↔ Flüssig

$Q_s = m \cdot q_s$

Q_s: Schmelzwärme [J]
 T_s: Schmelztemp [K]
 q_s: Schm. enthalpie [J/Kg]
 m: Masse [Kg]

Flüssig ↔ Gasförmig

$Q_v = m \cdot q_v$

Q_v: Verdampfwärm. [J]
 T_v: Siedetemp. [K]
 q_v: Verdampf. enthalp. [J/Kg]
 m: Masse [Kg]

30.12.2 Zusammenhang zwischen Dampfdruck und Temperatur

$\frac{dp}{dT} = \frac{q_{1,2}}{T(v_{2,2} - v_{1,2})}$

q_{1,2} : molare Verdampfungswärme
 v_{1,2} : molare Volument [m³]
 p : Druck (Sättigung) [pa]
 T : Temperatur [K]

30.14 Luftfeuchte

Allgemein

- Luftfeuchte = Gehalt an Wasserdampf
- Luft löst Wasser nicht

Gesättigte Luft
 partialdruck des Wasserdampfes = Sättigungsdampfdruck zur betreffenden Temp

Taupunkt
 Relative Luftfeuchte = 100%

30.14.1 Absolute Luftfeuchte

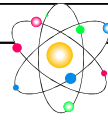
$\phi = \frac{m_{Dampf}}{V}$

V : Volumen [m³]
 m : Masse Dampf [g]
 φ : Abs. Luftfeuchte [g/m³]


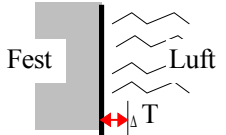
30.14.2 Relative Luftfeuchte

$\phi_{rel} = \frac{\phi}{\phi_{max}} = \frac{p}{p_{sättigung}}$

φ : Abs. Luftfeuchte [g/m³]
 φ_{max} : Max. abs. Luftfeuchte [g/m³]
 p : partialdruck des Wasserdampf. [pa]
 p_{sättigung} : Sättigungs Dampfdruck [pa]

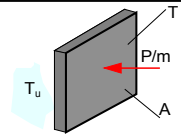


30.15 Wärmetransport

<p>Konvektion Wärmeübertragung durch Materialtransport Man unterscheidet:</p> <ul style="list-style-type: none"> Freie Konvektion Durch Temperatur und damit Dichteunterschied Erzwungene Konvektion Durch Pumpen <p>Wärmestrom</p> $P = \frac{dQ}{dt} = \dot{Q}$ $P = \frac{dm}{dt} \cdot c \cdot \Delta T$	<p>P : Leistung [W] m : Masse [kg] c : Spezifische Wärmekapazität [J/ (Kg K)] ΔT : Temperaturdifferenz [K] \dot{Q} : Wärmeenergie Änderung <u>Wärmestrom=Energiestrom</u> => Die pro Zeiteinheit transportierte Wärme(Energie)</p>
<p>Wärmeleitung Wärmetransport innerhalb eines Stoffes ohne Materialtransport Imstationäre Zustand gilt:</p> $P = \dot{Q}$ $P = \lambda \frac{A}{\ell} \cdot \Delta T$	<p> λ : Wärmeleitkoeffizient [W/(K m)] MENDE SIMON p.127 A: : Querschnitt [m²] ℓ : Stablänge [m] ΔT : Temperaturdifferenz [K]</p>
<p>Wärmestrahlung Wärmeübertragung durch elektromagnetische Strahlung</p> $P = \dot{Q}$ $P = \alpha \cdot A \cdot \Delta T$ $P = k \cdot A \cdot \Delta T$ $P = \frac{\Delta T}{R} \quad R = \frac{\ell}{A \cdot \lambda}$	<p> α : Wärmeübergangszahl [W/(m² K)] R : Wärme Leitwiderstand [K/W] k : Wärmedurchgangszahl [W/(m²K)] A: : Querschnitt [m²] ℓ : Stablänge [m] ΔT : Temperaturdifferenz [K]</p>

30.16 Wärmestrahlung

Mende Simon p.319

<p>Auftreffen von Strahlung (Anteile) $\alpha + \rho + \tau = 1$</p>	<p>$\alpha(\lambda)$: Absorptionsgrad (schwarz=1) $\rho(\lambda)$: Reflexionsgrad (weiss=1) $\tau(\lambda)$: Transmissionsgrad λ : Wellenlänge [m]</p>
<p>Emissionsvermögen eines Körpers $\epsilon(\lambda, T) = \alpha(\lambda, T)$ $\epsilon = \alpha$</p>	<p>$\alpha(\lambda, T)$: Absorptionsgrad $\epsilon(\lambda, T)$: Emissionsgrad (Senkrecht zur Fläche) λ : Wellenlänge [m] T : Temperatur [K]</p>
<p>Plancksches Strahlungsgesetz (Spektralverteilung eines schwarzen Körpers $\epsilon=\alpha=1$)</p> $dP = \frac{2\pi \cdot h \cdot c^2 \cdot A}{\lambda^5 \cdot e^{\frac{hc}{\lambda \cdot kT}} - 1} d\lambda$	<p>h : Plancksche Wirkungsquantum 6.625 · 10⁻³⁴ [Js] λ : Wellenlänge [m] k : Boltzmannkonstante 1.39 · 10⁻²³ [J/K] c : Lichtgeschwindigkeit 2.998 · 10⁸ [m/s] T : Temperatur [K] A : Fläche [m²]</p>
<p>Stefan-Boltzmann-Gesetz (Spektralverteilung eines schwarzen Körpers $\epsilon=\alpha=1$)</p> $P = \epsilon \cdot \sigma \cdot A \cdot T^4$ <p>Bei Bestrahlung von der Umgebung</p> $\Delta P = \epsilon \cdot \sigma A (T^4 - T_u^4)$	<p> σ : Stefan-Boltzmann-Konst [Wm⁻²K⁻⁴] $\sigma=5.67 \cdot 10^{-8}$ Wm⁻²K⁻⁴ T : Absorbierende Temperatur [K] T_u : Umgebungstemperatur [K] P : Leistung [W] ΔP : Abgestrahlte Leistung [W] ϵ : Emissionsvermögen</p>
<p>Wiensches Verschiebungsgesetz $\lambda_{max} \cdot T = K = 2.8978 \text{mmK}$</p>	

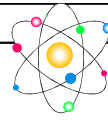
30.16.1 Strahlungsflussdichte

Mende Simon p.274

<p>$\phi = \frac{\Phi}{A_{\perp}}$</p> <p>Für die Sonne gilt: $\phi=S=1.37E3 \text{ W/m}^2$</p>	<p>ϕ : Strahlungsflussdichte [W/m²] Φ : Strahlungsfluss [W] A_⊥ : Bestrahlte Fläche [m²] S : Solarkonstante [W/m²]</p>
---	---

30.16.2 Strahlungsfluss

<p>$\phi = \frac{Q}{t} = P$</p>	<p>Q : Strahlungsenergie [J] [Ws] t : Zeit [s] ϕ : Strahlungsfluss [W]</p>
--	--



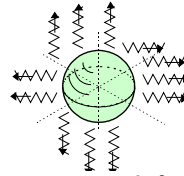
30.16.3 Gleichgewichts Temperatur

$$A_s \varepsilon_s \varphi_s = A_e \varepsilon_e T_0$$

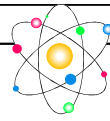
- T_0 : Gleichgewichtstemperatur [K]
- ε_e : Emissionsgrad Empfänger
- ε_s : Emissionsgrad Sender
- A_s : Fläche der einfallenden
Energierstrahlen [m²]
- A_e : Oberfläche des Körpers [m²]

30.16.4 Abkühlung ohne Wärme einstrahlung

$$T = \left(\frac{1}{T_0^3} + 3 \frac{A \varepsilon}{m c} t \right)^{-\frac{1}{3}}$$

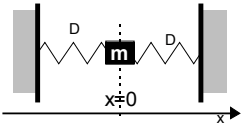


- T_0 : Temperatur am Anfang [K]
- A : Oberfläche des Körpers [m²]
- t : Abkühlzeit [s]
- m : Masse [kg]
- c : spezifische Wärmekapazität [J/kg K]
- T : Endtemperatur [K]



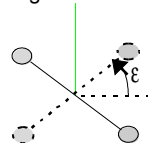
31. Schwingungen

31.1 Ungedämpfte Schwingung

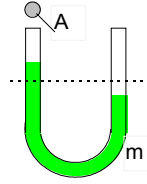
Bewegungsgleichung	$\ddot{x} + \omega_0^2 \cdot x = 0$	x : Auslenkung [m] D : Federrate [N/m] m : Masse [Kg]
Kreisfrequenz	$\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$ <i>Frequenz ist unabhängig von der Lage. Dh. von der Schwerkraft.</i>	ω_0 : Kreisfrequenz [Hz] φ_0 : Phase (Anfangsbed.) [rad] A : Amplitude (Anfangsb.) []
Periode	$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$	
Frequenz, Eigenfrequenz	$f_0 = \frac{1}{T} = \frac{\omega_0}{2\pi}$	
Amplitude f(t)	$x(t) = A \cdot \cos(\omega_0 t - \varphi_0)$ $= x_0 \cos(\omega_0 t) + \frac{v_0}{\omega_0} \sin(\omega_0 t)$	
Anfangsbedingungen	$A^2 = x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega_0^2}$ $\cos(\varphi) = \frac{x_0}{A}$ $\sin(\varphi) = \frac{v_0}{A \cdot \omega_0}$ $\tan(\varphi) = \frac{v_0}{x_0 \cdot \omega_0}$	$x(t=0) = x_0$ (Ort) $\dot{x}(t=0) = v_0$ (Geschwindigkeit)

31.1.1 Drehpendel

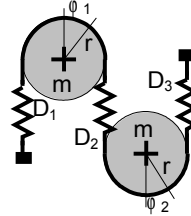
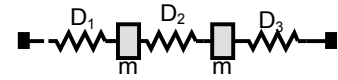
Bewegungsgleichung	$\ddot{\epsilon} + \frac{D^*}{J} \epsilon = 0$	D^* : Federrate [$\frac{Nm}{rad}$] $\ddot{\epsilon}$: Winkelbeschleunigung [Rad/s] J : Massenträgheitsmoment [Kg m^2]
Kreisfrequenz	$\omega_0 = \sqrt{\frac{D^*}{J}}$	



31.1.2 Flüssigkeitspendel

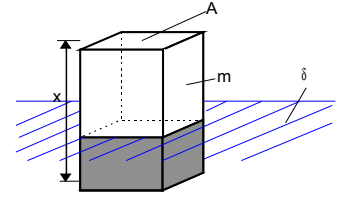
Kreisfrequenz	$\omega_0 = \sqrt{\frac{2 \cdot A \cdot \delta \cdot g}{m}}$	
δ	: Dichte [Kg/m ³]	
m	: Gesamtmasse [Kg]	
g	: 9,81 [m/s ²]	
A	: Querschnittsfläche [m ²]	

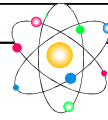
31.1.3 Doppelmasse

Bewegungsgleichung	$\ddot{\varphi}_1 + (2\varphi_1 - \varphi_2) \frac{2D}{m} = 0$ $\ddot{\varphi}_2 + (2\varphi_2 - \varphi_1) \frac{2D}{m} = 0$	
Kreisfrequenz	Gleichphase $\omega_1 = \sqrt{\frac{2D}{m}}$ Gegenphase $\omega_2 = \sqrt{\frac{6D}{m}}$	r : Radius [m] φ_1 : Auslenkung [rad] φ_2 : Auslenkung [rad] m : Masse [Kg] J : Trägheitsmom. [Kg m^2]
Massenträgheitsmoment:	$J = \frac{1}{2} m \cdot r^2$	

31.1.4 Hohlkörper in Flüssigkeit

Bewegungsgleichung	$m \cdot \ddot{x} = -A \cdot \delta \cdot g \cdot x$	δ : Dichte [Kg/m ³] m : Gesamtmasse [Kg] g : 9,81 [m/s ²] A : Querschnittsfläche [m ²]
Kreisfrequenz	$\omega_0 = \sqrt{\frac{A \cdot \delta \cdot g}{m}}$	





31.1.5 Schiefer Wagen

Kreisfrequenz
 $\omega_0^2 = \frac{D}{m}$

Anfangsbedingungen:
 $x_0 = \frac{m \cdot g \sin(\alpha)}{D}$
 $\dot{x}_0 = v_0 = \sqrt{2 \cdot s \cdot g \sin(\alpha)}$

Amplitude:
 $A = \sqrt{x_0^2 + \frac{\dot{x}_0^2}{\omega_0^2}}$

31.2 Zusammenschalten von Federn

Serie-Schaltung
 $\frac{1}{D} = \frac{1}{D_1} + \frac{1}{D_2} + \dots$

Parallel-Schaltung
 $D = D_1 + D_2 + \dots$

31.3 Mathematisches Pendel

Bewegungsgleichung
 $\ddot{\varphi} + \frac{g}{\ell} \sin(\varphi) = 0$

Für kleine Winkel $\sin(\varphi) \approx \varphi$
 $\ddot{\varphi} + \frac{g}{\ell} \varphi = 0$

Frequenz
 $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{\ell}}$

g : Gewichtskraft [kg]
 l : Stangenlänge [m]
 phi : Auslenkwinkel [rad]

siehe auch Benedetti p.10.05
siehe auch Mede Simon p.253

31.4 Physikalisches Pendel

Drehmoment
 $M = s \cdot \sin(\varphi) \cdot F_G$

Bewegungsgleichung
 $\ddot{\varphi} + \frac{m \cdot g \cdot s}{J_A} \sin(\varphi) = 0$

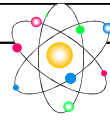
Für kleine Auslenkung $\sin(\varphi) \approx \varphi$
 $\ddot{\varphi} + \frac{m \cdot g \cdot s}{J_A} \varphi = 0$

Kreisfrequenz
 $\omega_0 = \sqrt{\frac{m \cdot g \cdot s}{J_A}}$

Trägheitsmoment
 $J_A = J_{Sp} + m \cdot s^2$

J_A : Trägheitsmoment [kg m²]
 J_{Sp} : Trägheitsm. im Schwerpunkt [kg m²]
 m : Masse [kg]
 phi : Auslenkwinkel [rad]
 omega : Kreisfrequenz [1/rad]
 g : Gravitationsbeschl. 9.81 [m/s²]
 FG : Gewichtskraft [N]
 s : Abstand Drehpunkt-Schwerpunkt [m]

siehe auch Benedetti p.10.05
siehe auch Mede Simon p.253



47. Grundlagen

47.1 Beweglichkeit der Ladungsträger

$b = \frac{v}{E}$	b	: Beweglichkeit der Ladungsträger
	v	: Driftgeschwindigkeit $[\frac{m^2}{Vs}]$
	E	: Feldstärke $[V/m]$

47.2 Strom (Ampere)

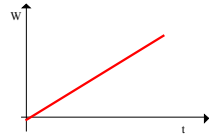
$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$	Q	: Ladung [C]
	I	: Strom [A]
	n	: Freie Elektronen []
	q	: Elementarladung $1.602E^{-19}$
	A	: Querschnitt $[m^2]$
$I = n \cdot q \cdot A \cdot v = n \cdot q \cdot A \cdot b \cdot E$	b	: Beweglichkeit der Ladungsträger
	E	: Feldstärke $[V/m]$
	v	: Driftgeschwindigkeit $[\frac{m^2}{Vs}]$

47.3 Stromdichte

$J = \frac{I}{A}$	J	: Stromdichte $[A/m^2]$
	γ	: Spez. Leitwert
$J = n \cdot q \cdot b \cdot E$	b	: Beweglichkeit
	n	: Freie Elektronen []
$J = \gamma \cdot E$	q	:
	E	: Feldstärke $[\frac{V}{m}]$

47.4 Energie/Arbeit (Joule)

$W = F \cdot s$		
$W = Q \cdot U$		
$W = U \cdot I \cdot t$		
Stromkosten K		
$K = k \cdot W$		
	W	: Energie [J] [Ws] [Nm]
	F	: Kraft [N]
	s	: Weg [m]
	Q	: Ladung [C]
	U	: Spannung [V]
	I	: Strom [A]
	t	: Zeit [s]
	k	: Kosten pro Ws [Fr/Ws]
	K	: Stromkosten [Fr]



47.5 Potential (Volt)

$U = \frac{W}{Q}$	U	: Spannung [V]
	W	: Energie [Ws] [J]
	Q	: Ladung [C]

47.6 Feldstärke

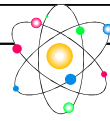
$E = \frac{F}{Q} \quad \vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q}$	Q	: Ladung [C]
	E	: Feldstärke $[N/C] [V/m]$

47.7 Leistung (Watt)

$P = \frac{\Delta W}{\Delta t}$	W	: Energie [Ws] [J]
	t	: Zeit [s]
$P = U \cdot I$	P	: Leistung [W]
	U	: Spannung [V]
	I	: Strom [A]

47.8 Wirkungsgrad

$\eta = \frac{P_{ab}}{P_{auf}}$	η	: Wirkungsgrad []
	P_{ab}	: Leistung abgegeben [W]
	P_{auf}	: Leistung aufgenommen [W]



47.10 Zweipole

Aktiv wirkender Zweipol
Gibt Energie ab

Passiv wirkender Zweipol
Nimmt Energie auf

47.11 Passiver Zweipole

47.11.1 Widerstand / Glühlampe

Widerstand

$$R = \frac{U}{I}$$

differentieller Widerstand

$$r = \frac{\Delta U}{\Delta I}$$

Leitungswiderstand

$$R = \frac{\rho \cdot l}{A}$$

ρ : Spezifischer Widerstand

l : Leiterlänge [m]

A : Querschnitt [m²]

R : Widerstand [Ω]

U : Spannung [V]

I : Strom [A]

47.12 Diode

differentieller Widerstand

$$r = \frac{\Delta U}{\Delta I}$$

47.13 Kaltleiter(PTC)

($\alpha > 0$)

$$R = f(\vartheta) = A \cdot e^{\frac{B}{\vartheta}}$$

A, B : Bauteilspezifisch

ϑ : Temperatur in [K]

α : Temperaturkoeffizient

47.14 Heissleiter(NTC)

($\alpha < 0$) (Negativ)

$$R = f(\vartheta) = A \cdot e^{\frac{B}{\vartheta}}$$

A, B : Bauteilspezifisch

ϑ : Temperatur in [K]

α : Temperaturkoeffizient

47.15 VRD

$$U = C \cdot I^B$$

C, B : Bauteilspezifisch

47.16 Temperaturabhängigkeit von Widerständen

Für „kleine“ Temperaturen gilt

$$R_{\vartheta} = R_{20} \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta \vartheta)$$

$\Delta \vartheta$: Temperaturdifferenz (<150K)

α : Temperaturkoeffizient

$$\Delta R = R_{20} \cdot \alpha \cdot \Delta \vartheta$$

Für „grosse“ Temperaturen

$$R_{\vartheta} = R_{20} \cdot \left\{ (1 + \alpha \cdot \Delta \vartheta) + (\beta \cdot \Delta \vartheta^2) \right\}$$

$\Delta \vartheta$: Temperaturdifferenz (>150K)

α : Temperaturkoeffizient

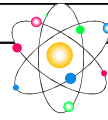
47.20 Aktiver Zweipol

47.21 Spannung und Stromquelle

Spannungsquelle:

$$R_i = \frac{U_0}{I_k} \quad R_i = \frac{\Delta U}{\Delta I}$$

Stromquelle:



47. 22 Elektrolyse

47.21 Gesetz von Faraday

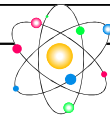
Masse des abgeschiedenen Stoffes	m:	Masse des abgeschiedenen Stoffes [kg]
$m = \ddot{A} \cdot Q = \ddot{A} \cdot I \cdot t$	M:	Molare Masse [kg/mol]
$\ddot{A} = \frac{M}{z \cdot F}$	Q:	Ladung [C]
	\ddot{A}:	elektrochem \ddot{A}quivalent
	z:	Wertigkeit (Wie viele e- k\u00f6nnen abgegeben / aufgenommen werden)
	F:	Faradaykonstante
	$N_{Ae} = 9.65 \cdot 10^4$	$\frac{C}{mol}$

47.22 Peltierelement (K\u00fchlelement)

W\u00e4rmemenge	Q	: W\u00e4rmemenge [J]
$Q = \Pi \cdot I \cdot t$	I	: Strom [A]
	t	: Zeit [s]
	$\Pi \approx 10^{-3}$	$\frac{J}{C}$

47.23 Wellenl\u00e4nge

In Luft und Vakuum	c	: Lichtgeschwindigkeit [m/s]
$\lambda = \frac{c}{f}$: 3E8 [m/s]
$\lambda = c \cdot T$	f	: Frequenz [1/s] [Hz]
	\lambda	: Wellenl\u00e4nge [m]
	T	: Periodendauer [s]



48. Elektrostatik

48.1 Elementarladung

$$e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

48.2 Elektrische Leitung im Vakuum (Glühemission)

$j = A \cdot T^2 \cdot e^{-\frac{W_A}{kT}}$	j:	Elektronenemissionsstrom
	A:	Richardson-Konstante (Materialabhängig)
	T:	Temperatur und Kelvin
	k:	Bolzmannkonstante ($k = 1.381 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Nm}}{\text{K}}$)
	W_A :	Austrittsarbeit (Material und Oberflächenabhängig)

48.2 Das Gesetz von Columb

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$$

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}$$

Bei mehrern Punktladung müssen die Kraftvektoren addiert werden.

F: Kräfte zwischen ruhenden Punktladungen im Vakuum

ϵ_0 : Influenzkonstante

$\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{Nm}^2}$

Q: Ladung [As]=[C]

48.3 Elektrisches Feld

$$\vec{E}(\vec{r}, Q) = \frac{\vec{F}(\vec{r})}{Q_0} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}$$

48.3.1 E-Feld mehrer Punktladungen

Superposition oder Überlagerung der Felder.
Vek. Addition.

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

48.3.2 E-Feld einer geladenen Kugel

Im inneren:
 $\vec{E} = 0$

Ausserhalb:
$$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}$$

r: Kugelradius [m]

48.4 Verschiebungsarbeit in einem Stationären Feld

$W = Q \cdot U_{AB}$

Feldstärke zwischen 2 Platten

$$E = \frac{U}{s}$$

U: Spannung [V]

E: elek. Feldstärke [$\frac{\text{V}}{\text{m}}$]

W: Arbeit [Ws]

Q: Ladung [As] [C]

48.5 Kraft zwischen Kondensatorplatten

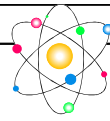
$$F = \frac{dW}{ds} = \frac{Q^2}{2\epsilon_0 A}$$

48.6 Potential einer Punktladung

$$\phi(r) = \frac{E_{\text{pot}}}{Q_0}$$

$$\phi(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

Bezugspunkt ist im Unendlichen



48.7 Feldfluss und Satz von Gauss

Feldfluss durch Fläche A

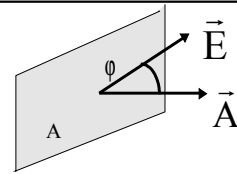
$$\Phi_A = A \cdot E \cdot \cos(\varphi) = \vec{E} \cdot \vec{A}$$

Feldfluss durch beliebige Fläche

$$\Phi_A = \int_A \vec{E} \cdot d\vec{f}$$

Satz von Gauss

$$\Phi_A = \frac{1}{\epsilon_0} Q$$



Q: Ladung innerhalb von A [As]

48.9 Flächenladungsdichte sigma

$$\sigma = \frac{Q}{A}$$

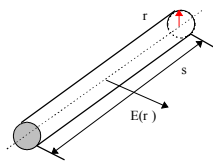
Q = Ladung [C] [As]
A = Oberfläche [m²]

48.10 Feld einer unendlich langen, geladen Geraden

$$E(r) = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\lambda}{r} \approx \frac{1}{r}$$

Linienladungsdichte:

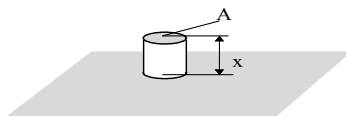
$$\lambda = \frac{Q}{s}$$



48.11 Feld einer unendlich ausgedehnten, ebenen, homogenen Flächenladung

$$E(x) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

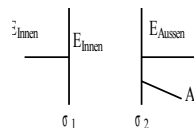
sigma = Flächenladungsdichte



48.12 Feld einer Doppelschicht

$$E_{\text{Aussen}} = 0$$

$$E_{\text{Innen}} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$



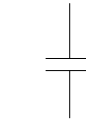
48.13 Elektrisches Feld im inneren und an der Oberfläche eines Leiters

$$E_{\text{Innen}} = 0 \quad E_{\text{Aussen}} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

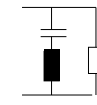
48.14 Kapazität

$$C = \frac{Q}{U}$$

C: Kapazität [F]
Q: Ladung [As]
U: Spannung [V]



Ideales C

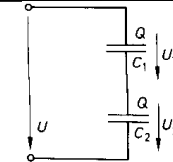


Reelles C

Serie geschaltete Kondensator tragen die gleiche Ladung

$$Q = C_{\text{tot}} \cdot U$$

$$Q = C_1 \cdot U_1 = C_2 \cdot U_2$$



Plattenkondensator

Formelbuch S.59f

$$C = \epsilon_0 \epsilon_r \cdot \frac{A}{d}$$

C : Kapazität [F]
epsilon_0 : elek.Feldkonstante [As/Vm]
epsilon_r : Permittivitätszahl []
A : Oberfläche [m²]
d : Durchmesser [m]

Kugelkondensator

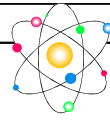
$$C = \frac{4\pi\epsilon_0\epsilon_r}{\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}}$$

C : Kapazität [F]
epsilon_0 : elek.Feldkonstante [As/Vm]
epsilon_r : Permittivitätszahl []
A : Oberfläche [m²]
d : Durchmesser [m]
r_1 : Radius innere Kugel [m]
r_2 : Radius äussere Kugel [m]

Zylinderkondensator

$$C = \frac{2\pi \cdot l \cdot \epsilon_0 \epsilon_r}{\ln(r_2/r_1)}$$

C : Kapazität [F]
epsilon_0 : elek.Feldkonstante [As/Vm]
epsilon_r : Permittivitätszahl []
A : Oberfläche [m²]
d : Durchmesser [m]
r_1 : Radius innen [m]
r_2 : Radius aussen [m]

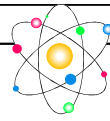


48.15 Energie im elektrischen Feld

$W = \frac{1}{2} U^2 \cdot C$	C : Kapazität [F] U : Spannung [V] W : Energie [J] [Ws]
Energiedichte $w = \frac{W}{V}$ $w = \frac{dW}{dV}$ $w = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r}{2} E^2$	V : Volumen [m ³] W : Energie [Ws] w : Energiedichte [$\frac{Ws}{m^3}$] ϵ_0 : elek. Feldkonstante [$\frac{As}{Vm}$] ϵ_r : Permittivitätszahl [] E : elek. Feldstärke [$\frac{V}{m}$]
Energie einer geladenen Kugel $W = \frac{Q^2}{8\pi \epsilon_0 \epsilon_r R}$	Q : Ladung [As] R : Radius [m]

48.16 Endgeschwindigkeit eines Ions/Elektrons in einer Ionen / Elektronenkanone

$v = \sqrt{2 \cdot U \cdot \frac{Q}{m}}$	m : Masse [Kg] Q : Ladung [C] U : Spannung [V] E _{kin} : Energie [J]
	Mende Simon p.225,327 Ladung eines Elektrons Q=e=1.6021773E-19 C Masse eines Elektrons m _e =9.10939E-31 kg Mende Simon p.394
An der Grenze der Lichtgeschwindigkeit $v = c \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{m_0 c^2}{QU + m_0 c^2} \right)^2}$	c: v-Licht=2.9979246E8 m/s m: Masse in ruhe [Kg] Q: Ladung [C] U: Spannung [V] v: Geschwindigkeit [m/s]



49. Magnetismus

49.1 Magnetische Flussdichte B (Induktion)

Die wirkende Kraft F auf einen Leiter der Länge l im mag. Fluss B und einem Strom I .

Einheit:

F : Kraft	[N]
I : Strom	[A]
l : Strecke	[m]
B : Flussdichte	[T] [Vs/m ²]

$$[B] = \frac{N}{Am} = \frac{Vs}{m^2} = \text{Tesla}$$

$$B = \frac{F}{l \cdot I}$$

Kraftwirkung im homogenen mag. Feld:

$$F = I \cdot l \cdot B \cdot \sin(\alpha)$$

Allgemein:

$$\vec{F} = I \cdot (\vec{l} \times \vec{B})$$

l zeigt in Stromrichtung

49.2 Magnetischer Fluss ϕ

Im homogenen mag. Feld

$$\Phi = B \cdot A$$

Allgemein

$$\Phi = \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

Einheit:

Φ : Fluss	[Vs] [Wb]
B : Flussdichte	[T] [Vs/m ²]
A : Fläche senkr. zu B	[m ²]
H : Feldstärke	[A/m]
μ_0 : $4\pi \cdot 10^{-7}$	[Vs/Am]

$$B = H \cdot \mu$$

49.3 Magnetische Feldkonstante μ_0

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am}$$

$$\mu_0 = 1.257 \cdot 10^{-6} \frac{Vs}{Am}$$

49.4 Permeabilität μ

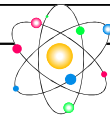
$$\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$$

μ_r : Permeabilitätszahl (mat. abhängig)

μ : Permeabilität $\frac{Vs}{Am}$

49.5 Magnetische Feldstärke

$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0 \cdot \mu_r}$	$\theta = l \cdot H$	<table border="0"> <tr> <td>H</td> <td>: Feldstärke</td> <td>[A/m]</td> </tr> <tr> <td>θ</td> <td>: Durchflutung</td> <td>[A]</td> </tr> <tr> <td>B</td> <td>: Flussdichte</td> <td>[T] [Vs/m²]</td> </tr> </table>	H	: Feldstärke	[A/m]	θ	: Durchflutung	[A]	B	: Flussdichte	[T] [Vs/m ²]
H	: Feldstärke	[A/m]									
θ	: Durchflutung	[A]									
B	: Flussdichte	[T] [Vs/m ²]									
H ist eine Rechenhilfsgrösse											
<p>Im inneren einer Kreisringspule</p> $H = \frac{N \cdot I}{l}$ <p>$l = 2\pi r$</p>											
<p>Magnetfeld in der Umgebung eines langen, geraden, zylindrischen Leiters.</p> $H = \frac{I}{2\pi \cdot r}$											
<p>Magnetfeld im Innern eines langen, geraden, zylindrischen Leiters.</p> $H = \frac{I \cdot r}{2\pi \cdot r_a^2}$											
<p>Magnetfeld in einer langen Koaxialleitung</p> <p>1. Innenleiter $0 \leq r \leq r_1$</p> $H = \frac{I \cdot r}{2\pi \cdot r_1^2}$ <p>2. Zwischenraum $r_1 \leq r \leq r_2$</p> $H = \frac{I}{2\pi \cdot r}$ <p>3. Aussenleiter $r_2 \leq r \leq r_3$</p> $H = \frac{I}{2\pi r} \cdot \frac{r_3^2 - r_2^2}{r_3^2 - r_2^2}$ <p>4. Aussenraum $r_3 \leq r \leq \infty$</p> $H = 0$											
<p>Magnetfeld im Metallrohr</p> <p>1. $r < a$</p> $H = 0$ <p>2. $a \leq r \leq b$</p> $H = \frac{I}{2\pi r} \cdot \frac{r^2 - a^2}{b^2 - a^2}$ <p>3. $r > b$</p> $H = \frac{I}{2\pi r}$											

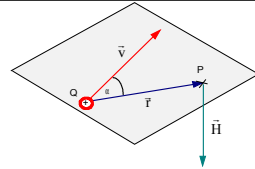


49.6 Gesetz von BIOT-SAVART

Das Gesetz von **BIOT-SAVART**

$$H = |\vec{H}| = \left| \frac{Q \cdot v \cdot \sin(\alpha)}{4\pi \cdot r^2} \right|$$

$$\vec{H} = \frac{Q}{4\pi \cdot r^3} \cdot (\vec{v} \times \vec{r})$$

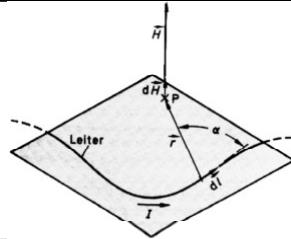


Q : Punktladung [As]
v : Geschw. der Punktladung [m/s]

Allgemein:

$$H = \left| \frac{I}{4\pi} \int_{\ell} \frac{\sin \alpha}{r^2} \cdot d\vec{l} \right|$$

$$H = \frac{I}{4\pi} \int_{\ell} \frac{d\vec{r} \times \vec{r}}{r^3} \cdot d\vec{l}$$

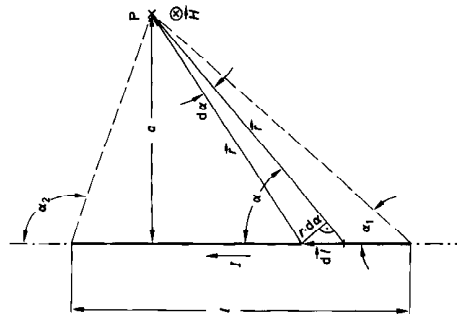


Magnetfeld eines dünnen, geraden Leiters beliebiger Länge.

$$H = \frac{I}{4\pi \cdot a} (\cos(\alpha_1) - \cos(\alpha_2))$$

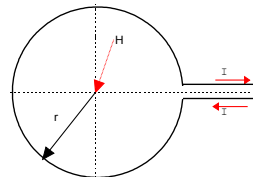
Spezialfall: Unendlich langer Leiter

$$H = \frac{I}{2\pi \cdot a}$$



Magnetfeld im Mittelpunkt einer kreisförmigen, dünnen Leiterschleife

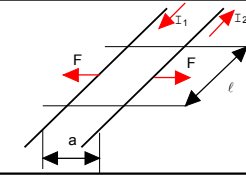
$$H = \frac{I}{2 \cdot r}$$



49.7 Kräfte auf stromdurchflossenen Leiter im magn. Feld

Für $l \gg a$ gilt:

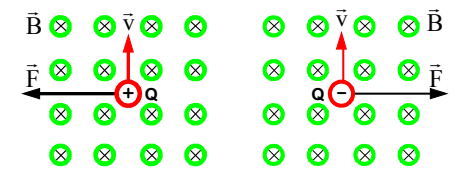
$$F \approx 0.2 \cdot 10^{-6} \frac{N}{A^2} \cdot \frac{1}{a} \cdot I_1 \cdot I_2$$



49.8 Kraft auf eine bewegte Ladung im magn. Feld (Lorenzkraft)

$$\vec{F} = Q \cdot (\vec{v} \times \vec{B})$$

[Q] = As (Ladung)
[v] = m/s (Geschw. der Ladung)
[B] = $\frac{Vs}{m^2}$ (Flussdichte)



49.9 Durchflutungsgesetz / Magnetische Spannung

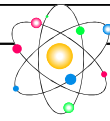
$$\Theta = \int \vec{H} \cdot d\vec{s}$$

$$\Theta = \int \frac{\vec{B} \cdot d\vec{s}}{\mu}$$

$$\Theta = N \cdot I$$

$$\Theta = \ell \cdot H$$

Θ : Durchflutung [A]
B : Flussdichte [Vs/m²]
H : Feldstärke [A/m]
ds : Integrationsweg [m]
I : Strom [A]
N : Windungen [
 μ : Permeabilität [Vs/Am]



49.10 Hysterese eines Ferrormagn. stoffes

Remanenzflussdichte B_r
 Koerzitivfeldstärke $-H_c$

Daten aus der Neukurve: (erst Magnetisierung)

Anfangspermeabilität $\mu_a \rightarrow H=0$
 maximale Permeabilität $\mu_{max} = \left(\frac{B}{H}\right)_{max}$

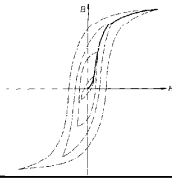
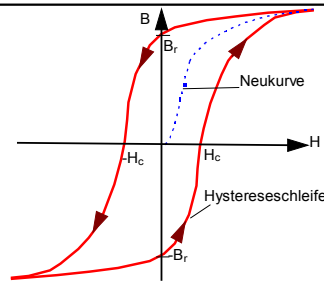
Magnetostriktion: Änderung der Abmessung des Stoffes.

Werkstoffarten:

Harte Stoffe: H_c gross
 Weiche Stoffe: H_c klein

Magnetisierungskurve oder Kommutierungskurve bei magn. weichen Stoffen: (H_c gering)
 weicht nur geringfügig von der Neukurve ab.

Sie wird für die technischen Berechnungen verwendet.



49.10 Magnetische Kreise

Magnetischer Widerstand

$$R_m = \frac{\Theta}{\Phi} \quad R_m = \frac{\ell}{\mu \cdot A} \quad R_m : \text{Magn. Widerstand} \quad \left[\frac{A}{Vs} = \frac{1}{\text{Henry}}\right]$$

Λ : Magn. Leitwert $\left[\frac{Vs}{A} = \text{Henry}\right]$

Magnetischer Leitwert

$$\Lambda = \frac{1}{R_m} \quad \Theta : \text{Durchflutung} \quad [A]$$

Φ : Fluss $[Vs] [Wb]$

ℓ : Länge $[m]$

μ : Permeabilität $[Vs/Am]$

Magnetische Spannung

$$V_m = H \cdot \ell = \Theta \quad V_m : A = 1.256 \text{ Gilbert (Gb)}$$

H : Feldstärke $[A/m]$

N : Windungszahl $[]$

I : Strom $[A]$

$$V_m = N \cdot I = \Theta$$

49.11 Umrechnungen

$$1T = \frac{Wb}{m^2} = \frac{Vs}{m^2} = 10^4 G \quad Wb = \text{Weber}$$

$T = \text{Tesla}$

$$1Wb = 1Vs = 10^8 M \quad M = \text{Maxwell}$$

$G = \text{Gauss}$

$$1Gb = \frac{1}{1.256} A \quad Oe = \text{Oersted}$$

$Gb = \text{Gilbert}$

49.12 Berechnen des Arbeitspunktes

Allgemein

$$\Theta = H_{Fe} \cdot \ell_{Fe} + H_L \cdot \ell_L$$

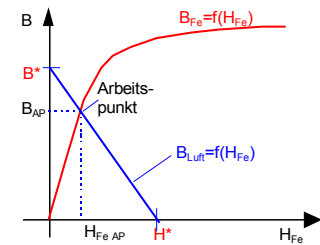
$$= H_{Fe} \cdot \ell_{Fe} + \frac{B_L}{\mu_0} \ell_L$$

$A_{Luft} = A_{Eisen}$ ($B_L = B_{Fe}$) gleicher Querschnitt

$$\frac{B^*}{H^*} = \frac{\mu_0 \cdot \ell_{Fe}}{\ell_L}$$

$$B^* = \frac{\mu_0 \cdot \Theta}{\ell_L} \quad H^* = \frac{\Theta}{\ell_{Fe}}$$

Auslesen aus Magnetisierungskurve



ℓ_L : mit Länge des Luftspaltes $[m]$

μ_0 : $4\pi \cdot 10^{-7}$ $[Vs/Am]$

ℓ_{Fe} : mit Länge des Eisens $[m]$

Θ : Magnetische Spannung $[A]$

H : Feldstärke $[A/m]$

N : Windungszahl $[]$

I : Strom $[A]$

A_{Fe} : Querschnitt Eisen $[m^2]$

A_L : Querschnitt Luft $[m^2]$

$$\Theta = N \cdot I \quad \Theta = \ell \cdot H$$

49.12.1 Dauermagnet

Berechnung des Arbeitspunktes
 Schnittpunkt (Luftspaltgerade, Magnetkurve)

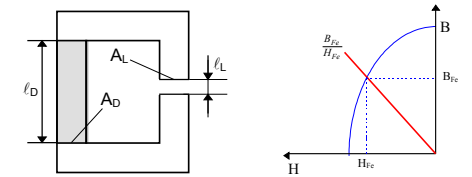
$$\frac{B_{Fe}}{H_{Fe}} = \frac{-\mu_0 \cdot \ell_D \cdot A_L}{\ell_L \cdot A_D}$$

A_L : Fläche Luftspalt $[m^2]$

A_D : Querschnittsfläche Magnet $[m^2]$

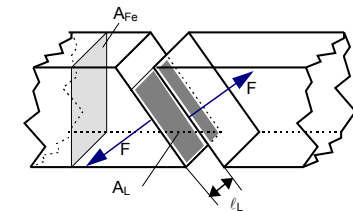
ℓ_D : Länge Magnet $[m]$

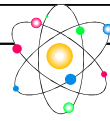
ℓ_L : Länge Luftspalt $[m]$



49.12.1 Achtung bei schräger Schnittfläche

Bei schräger Schnittfläche ist der Eisenquerschnitt A_{Fe} nicht gleich dem Luftquerschnitt A_L . d.h die Schnittfläche ist nicht gleich der aktiven Fläche. Dies ist insbesondere bei grossem Luftspalt der Fall. Der Grund liegt darin, dass die Feldlinien senkrecht das Eisen verlassen.

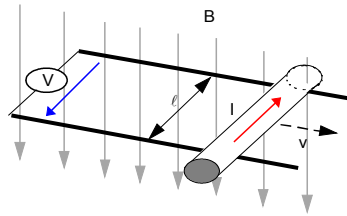




49.13 Bewegungsspannung

$$u_L = \vec{B} \cdot (\vec{v} \times \vec{\ell})$$

$$u_L = B \cdot v \cdot \ell$$



- B : Flussdichte [T][Vs/m²]
- ℓ : Länge Stab [m]
- v : Geschwindigkeit [m/s]
- u_L : Ind. Spannung [V]

49.14 Selbstinduktion

Selbstinduktive Spannung

$$u = \frac{d\psi_m}{dt} = \frac{N \cdot d\phi}{dt}$$

$$u = N^2 \cdot \Lambda \frac{di}{dt} \quad \Lambda = \frac{\mu \cdot A}{\ell}$$

$$u = L \frac{di}{dt}$$

Für Sinusgrossen gilt:

$$u(t) = L \cdot \omega \cdot \cos(\omega t)$$

Selbstinduktivität

$$L = \frac{\psi_m}{I}$$

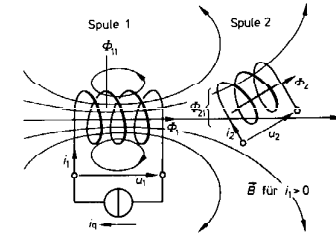
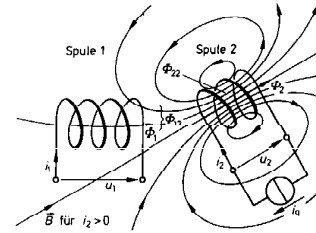
$$L = \frac{N \cdot \phi}{I}$$

$$L = N^2 \cdot \Lambda$$

$$\Lambda = \frac{\mu \cdot A}{\ell}$$

- L : Induktivität [Henry]
- Λ : Magnetischer Leitwert
- I : Strom [A]
- N : Windungen []
- φ : Fluss [Vs]

49.15 Gegenseitige Induktion („Trafo“)



Flussverketzung

$$\Psi_1 = N_1 \cdot \phi_1 + N_2 \cdot \phi_{12} = \Psi_{11} + \Psi_{12}$$

$$\Psi_2 = N_2 \cdot \phi_2 + N_1 \cdot \phi_{21} = \Psi_{21} + \Psi_{22}$$

Gegeninduktivität

$$M = L_{12} = L_{21} \quad (M \text{ ist veraltet})$$

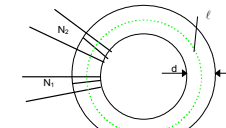
$$L_{12}, L_{21} = [\text{Henry H}] \text{ (Gegeninduktivität)}$$

$$\Psi = [\text{Vs}] \text{ (Verketzungsfloss)}$$

$$L_{12} = \frac{\Psi_{12}}{I_2} \quad L_{21} = \frac{\Psi_{21}}{I_1}$$

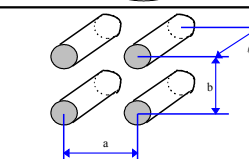
Gegeninduktivität von zwei einlagige Zylinderspulen nebeneinander auf einem Kern

$$L_{12} = \frac{\mu \cdot N_1 N_2 \cdot \pi d^2}{4\ell}$$



Gegeninduktivität von zwei Doppelleitungen

$$L_{12} = \frac{\mu_0 \cdot \ell}{2\pi} \ln \left(1 + \frac{a^2}{b^2} \right)$$



Kopplungsfaktor

$$|k| = \frac{L_{12}}{\sqrt{L_1 \cdot L_2}}$$

Bei ideeller Kopplung (k=1) gilt:

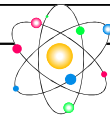
$$L_{12} = \sqrt{L_1 \cdot L_2}$$

Feste Kopplung: k ≈ 1

Lose Kopplung: k < 0.8

Strefaktor

$$\delta = 1 - k^2$$



49.16 Streuung ,Skinneffekt, Wirbelstrom

Wirbelstrom ohne Laminiierung	Wirbelstrom mit Laminiierung
$P_{Wirbel} = I_{wo}^2 \cdot R$	$P_{Wirbel} = \frac{I_{wo}^2}{n} \quad I_{wm} = \frac{I_{wo}}{n}$
I_{wo} : Wirbelstrom ohne Laminiierung	I_{wm} : Wirbelstrom mit Laminiierung

Siehe auch 53.1 Transformator

49.17 Energie im mag. Feld

Im linearen Feld	siehe auch 50.2
$W = \frac{1}{2} L \cdot I^2$	$W = F \cdot \ell$
$= \frac{1}{2} H \cdot \mu \cdot \ell \cdot A = \frac{1}{2} \frac{B^2 \ell \cdot A}{\mu}$	
$= \frac{\phi^2 \ell}{2 \cdot \mu \cdot A}$	

Im nicht linearen Feld	W : Energie [J]
$w = \frac{1}{2} B \cdot H = \frac{1}{2} \mu \cdot H^2$	$\mu_0 : 4\pi 10^{-7}$ [Vs/Am]
$= \frac{B^2}{2 \cdot \mu} = \frac{E}{V}$	F : Kraft [N]
	A : Fläche Luft [m ²]
	H : Feldstärke [A/m]
	B : Flussdichte [T] [Vs/m ²]
	ϕ : Fluss [Vs] [Wb]

Die Gesamte Energie
 $W = w \cdot dV$

Verluste: siehe auch 53.1 Transformatoren
Eisenverluste=Hysteres+Wirbelverluste

49.18 Eisenverluste

Verluste ist die komplette Fläche unter der hysteresse Kurve

Im Wechselfeld

$$P_{Verlust} = \frac{dW}{dV} \cdot V$$

$$P_{Verlust} = \frac{dW}{dV} \cdot V \cdot f$$

$\frac{dW}{dV}$: Energie pro Volumen [Ws/m³] [J/m³]
 V : Volumen [m³]
 f : Frequenz [Hz] [1/s]

Siehe auch 53.1 Transformator

49.19 Kräfte im mag. Feld

Allgemein

$$\vec{F} = i \int_0^{\ell} [d\vec{\ell} \times \vec{B}]$$

$$F = i \cdot B \cdot \ell \quad (\text{senkrecht})$$

Für $l \gg a$ gilt:

$$F \approx 0.2 \cdot 10^{-6} \frac{N}{A^2} \cdot \frac{1}{a} \cdot I_1 \cdot I_2$$

Kraft an Grenzflächen

$$F = \frac{dW}{ds} \quad F = \frac{A \cdot B^2}{2 \cdot \mu_0}$$

$$F = \frac{1}{2} H^2 \mu_0 A$$

$$F = \frac{\phi^2}{2 \cdot A \cdot \mu_0}$$

μ_0	: $4\pi 10^{-7}$	[Vs/Am]
F	: Kraft	[N]
A	: Fläche Luft	[m ²]
H	: Feldstärke	[A/m]
B	: Flussdichte	[T] [Vs/m ²]
ϕ	: Fluss	[Vs] [Wb]

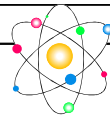
Für die berechnung des Arbeitspunktes B (oder H) siehe 49.12 Berechnung der Arbeitspunktes

49.20 Fachbegriffe

- Magnetostriktion:** Änderung der geometrischen Abmessung im Magnetfeld.
- Neukurve:** Kurve die entsteht wenn ein nicht magnetisierter ferromagnetischer Stoff magnetisiert wird.
- Koerzitivfeldstärke:** Das Hc in der Hystereseschleife bei welchem das B Null wird.
- Remanenzflussdichte:** Das Br in der Hystereseschleife bei welchem das H Null wird.
- Sättigung:** Punkt bei welchem das B mit μ steigt. $(\frac{B}{H}) = \mu$.
- Kommutierungskurve:** auch **Magnetisierungskurve genannt**: entsteht durch Aufnahmen mehrere hysteresenkurven mit unterschiedlichen Höchstwerten.

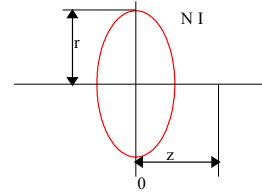
49.21 Ablenkung von Elektronen im Magnetischen Feld

$r = \frac{m \cdot v}{q \cdot B}$	v :	Geschwindigkeit	[m/s]
	m :	Masse der Ladung	[Kg]
	q :	Ladung	[As]
	B :	Flussdichte	[T]
	r :	Radius	[m]



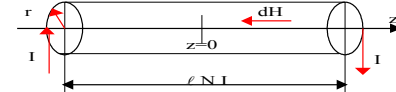
49.22 Kreisstrom

$$H = \frac{N \cdot I \cdot r^2}{2 \cdot (r^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}}$$



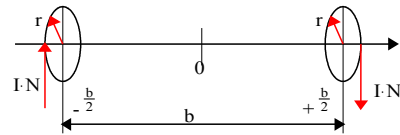
49.23 Zylinderspule

$$H = \frac{N \cdot I}{2 \cdot \ell} \left[\frac{z + \frac{\ell}{2}}{\sqrt{r^2 + \left(z + \frac{\ell}{2}\right)^2}} - \frac{z - \frac{\ell}{2}}{\sqrt{r^2 + \left(z - \frac{\ell}{2}\right)^2}} \right]$$



49.24 Helmholtzspule

$$H = \frac{N \cdot I \cdot r^2}{2} \left[\frac{1}{r^2 + \left(z + \frac{b}{2}\right)^2} + \frac{1}{r^2 + \left(z - \frac{b}{2}\right)^2} \right]$$

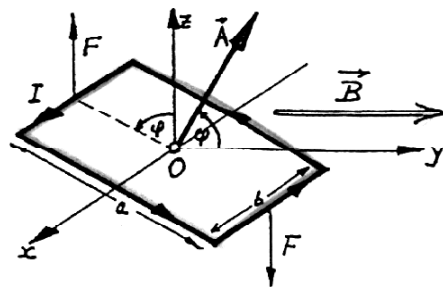


49.25 Magnetisches Moment

$$\vec{j} = I \cdot A \cdot \vec{n} = I \cdot \vec{A}$$

$$\vec{M} = \vec{j} \times \vec{B} \quad \vec{M} = I \cdot (\vec{A} \times \vec{B})$$

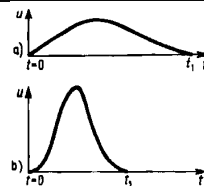
- j: magnetisches Moment [Am²]
- n: normalen Vektor
- A: Fläche um den der Strom fließt [m²]
- B: Fluss [T]
- M: Drehmoment [Nm]



49.26 Spannungsstoss

Die über die Zeit integrierte Spannung nennt man Spannungsstoss. Sie ist unabhängig von der Geschwindigkeit:

$$\int_{t=0}^{t_1} u \cdot dt = N \Delta \Phi$$



49.27 Magnetisierung

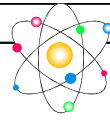
$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M})$$

$$\vec{M} = \chi_m \cdot \vec{H}$$

$$\mu_r = 1 + \chi_m$$

- χ: Magn. Suszeptibilität
- M: Magnetisierung durch Ausrichtung magn. Dipole
- Temperaturabhängigkeit des Paramagnetismus

$$\chi_m \sim \frac{1}{T}$$



50. R L C-Elemente

50.1 Kondensator

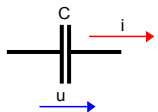
Strom: $i = C \frac{du}{dt}$

Spannung: $u = \frac{1}{C} \int_{t_0}^{t_1} i \cdot dt + U_0$

Energie: $W = \frac{1}{2} C \cdot u^2$

Kapazität: $Q = C \cdot U$

Wechselspannung: $Z = \frac{1}{j\omega C}$



Die Spannung eilt dem Strom 90° nach

Legende:
 i: Strom i(t) [A]
 C: Kapazität [F]
 u: Spannung u(t) [V]
 W: Gespeicherte Energie [Ws]
 t₀: Zeit zum Zeitpunkt 0 [s]
 t₁: Zeit zum Zeitpunkt 1 [s]
 U₀: Spannung zum Zeitpunkt 0 [V]
 Q: Ladung [As]

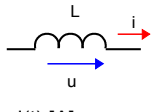
50.2 Spule

Strom: $u = L \frac{di}{dt}$

Spannung: $i = \frac{1}{L} \int_{t_0}^{t_1} u \cdot dt + I_0$

Energie (Integral i*u): $W = \frac{1}{2} L \cdot i^2$

Wechselspannung: $Z = j\omega L$



Die Spannung eilt dem Strom 90° voraus

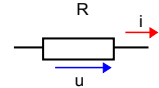
Legende:
 i: Strom i(t) [A]
 L: Induktivität [H]
 u: Spannung u(t) [V]
 W: Gespeicherte Energie [Ws]
 t₀: Zeit zum Zeitpunkt 0 [s]
 t₁: Zeit zum Zeitpunkt 1 [s]
 I₀: Strom zum Zeitpunkt 0 [A]

50.3 Widerstand

Strom: $i = \frac{u}{R}$

Spannung: $u = i \cdot R$

Leistung: $P = U \cdot I$



Legende:
 i: Strom i(t) [A]
 R: Widerstand [Ω]
 u: Spannung u(t) [V]
 W: Abgegebene Leistung [W]

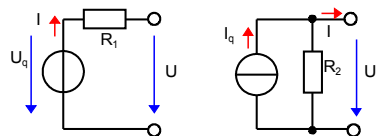
50.4 RCL-Schaltungen

50.4.1 R - Schaltungen

Umrechnung Strom-Spannungsquelle <=>

$R_1 = R_2$ $U_q = I_q \cdot R_2$

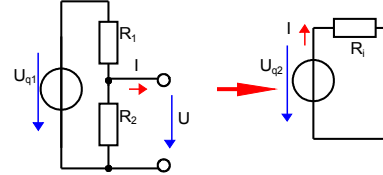
$I_q = \frac{U_q}{R_1}$



Umrechnung Spannungsquelle mit Spannungsteiler

$R_1 = R_1 \parallel R_2$

$U_{q2} = U_{q1} \frac{R_2}{R_1 + R_2}$

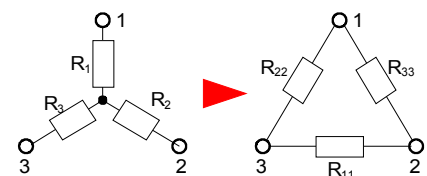


Umrechnung Stern - Dreieck
 HP [HOME/ALGE/ELEKTR]

$R_{11} = R_2 + R_3 + \frac{R_2 R_3}{R_1}$

$R_{22} = R_1 + R_3 + \frac{R_1 R_3}{R_2}$

$R_{33} = R_1 + R_2 + \frac{R_1 R_2}{R_3}$

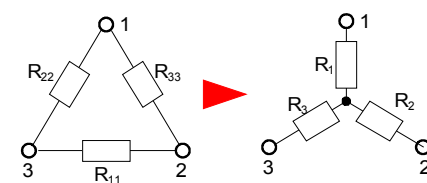


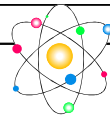
Umrechnung Dreieck - Stern

$R_1 = \frac{R_{22} R_{33}}{R_{11} + R_{22} + R_{33}}$

$R_2 = \frac{R_{11} R_{33}}{R_{11} + R_{22} + R_{33}}$

$R_3 = \frac{R_{11} R_{22}}{R_{11} + R_{22} + R_{33}}$





50.4.2 RC-Schaltungen Kories p.23

Laden

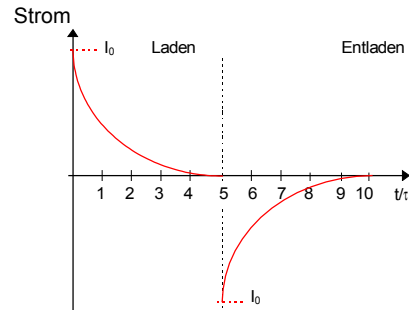
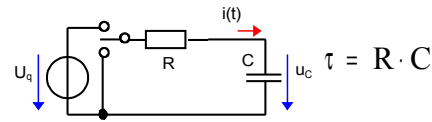
$$i(t) = \frac{U_q}{R} e^{-\frac{t}{RC}} \quad i_0 = \frac{u_q}{R}$$

$$u_C = U_q \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

$$u_R = U_q \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$t = -\ln\left(\frac{i(t) \cdot R}{U_q}\right) \cdot R \cdot C$$

$$t = -\ln\left(\frac{U_q - U_C}{U_q}\right) \cdot R \cdot C$$

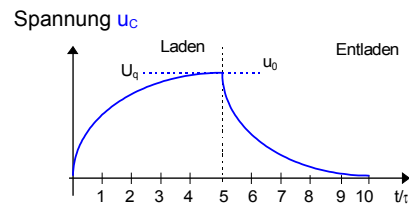


Entladen

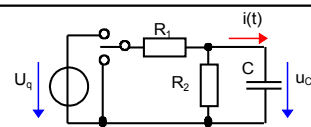
$$u_C = u_R = u_0 \cdot e^{-\left(\frac{-t}{R \cdot C}\right)}$$

$$i = -i_0 \cdot e^{-\frac{t}{RC}} \quad i_0 = \frac{u_0}{R}$$

$$t = -\ln\left(\frac{u_C}{u_0}\right) \cdot RC$$



Bei Belastetem Kondensator siehe 50.4.1 Umrechnung Spannungsteiler



Bemerkung:

Wenn der Kondensator bereits vorgeladen ist, dann ist in obigen Formeln $U_q = U_{q1} - U_{C0}$ und $U_C = U_{C0} + U_{C1}$

50.4.3 RL-Schaltung

Laden

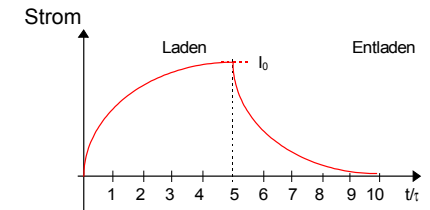
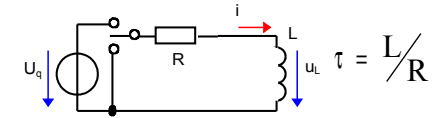
$$i = \frac{U_q}{R} \left(1 - e^{-\frac{tR}{L}}\right) \quad i_0 = \frac{u_0}{R}$$

$$u_R = U_q \left(1 - e^{-\frac{tR}{L}}\right)$$

$$u_L = U_q \cdot e^{-\frac{tR}{L}}$$

$$t = -\frac{L}{R} \cdot \ln\left(\frac{u_L}{U_q}\right)$$

$$t = -\frac{L}{R} \cdot \ln\left(\frac{U_q - i(t)R}{U_q}\right)$$

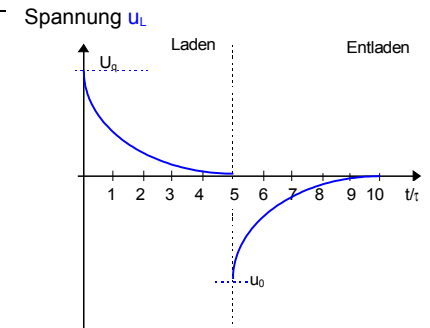


Entladen

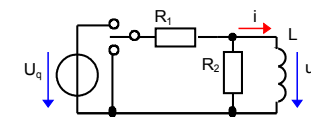
$$u_R = u_L = -U_0 \cdot e^{-\frac{tR}{L}}$$

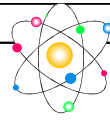
$$i = i_0 \cdot e^{-\frac{tR}{L}} \quad i_0 = \frac{u_0}{R}$$

$$t = \frac{L}{R} \cdot \ln\left(\frac{u_L}{U_0}\right)$$



Bei Belasteter Spule siehe 50.4.1 Umrechnung Spannungsteiler





51. Schwingkreis

51.1 Serie-Schwingkreis

51.1.1 Resonanzfrequenz

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Die Dämpfung R hat keinen Einfluss auf die Resonanzfrequenz

51.1.2 Kreisgüte

$$Q = \frac{I^2 \cdot X_L}{I^2 R} = \frac{X_L}{R}$$

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} \quad Q = \frac{L}{R\sqrt{LR}}$$

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

51.1.3 Dämpfung oder Verlustfaktor

Dämpfung: $D = \frac{1}{2Q}$

Verlustfaktor: $d = \sigma = \frac{1}{Q}$

Q : Kreisgüte []
D : Dämpfung []

51.1.4 Verstimung

Relative Frequenzabweichung: $v = \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}$

Normierte Frequenzabweichung: $v = \Omega - \frac{1}{\Omega}$

Bei der Verstimung $v=1/Q$ besteht ein Phasenverhältnis von 45°

ω_0 : Kreisfrequenz (res.) 2πf [Hz]
 ω : Ist Frequenz 2πf [Hz]
v : Verstimung []

51.1.5 Grenzfrequenz

$$\omega_{g\pm} = \omega_0 \left(\pm \frac{1}{2Q} + \sqrt{1 + \left(\frac{1}{2Q}\right)^2} \right)$$

51.1.6 Bandbreite

$$B = \omega_{g+} - \omega_{g-} = \frac{\omega_0}{Q}$$

3dB Grenze

ω_0 : Kreisfrequenz (res.) 2πf [Hz]
 ω_{g+} : Obere Grenzfrequenz 2πf [Hz]
 ω_{g-} : Untere Grenzfrequenz 2πf [Hz]
Q : Kreisgüte []

51.1.7 Impedanz

$$Z_{Ser} = R \cdot [1 + jQv]$$

51.1.8 Der Stromverlauf

$$I_{Ser} = \frac{I_R}{\sqrt{1 + [Qv]^2}}$$

I_R : Resonanzstrom

51.1.9 Phasenverschiebung

$$\text{tg}(\varphi) = Q \cdot v$$

$$\varphi = \arccos\left(\frac{I}{I_{Res}}\right)$$

$$\varphi = \arctan\left(\frac{U_X}{U_R}\right)$$

$V = -\infty \Rightarrow \varphi = -90^\circ$
 $V = 0 \Rightarrow \varphi = -0^\circ$
 $V = +\infty \Rightarrow \varphi = +90^\circ$

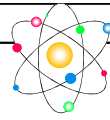
I_{Res} : Strom bei Resonanz
 U_X : Spannung über X_C+X_L
 U_R : Spannung über R

51.1.10 Spannung über der Induktivität und Kapazität

Spule: $U_L = U \cdot \frac{\omega}{\omega_0} \cdot Q \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + (Qv)^2}}$

Bei Resonanz: $U_L = U \cdot Q$

Kondensator: $U_C = U \cdot Q \cdot \frac{1}{\frac{\omega}{\omega_0} \cdot \sqrt{1 + (Qv)^2}}$



51.1.11 Frequenz für die Maximalwerte für U_L und U_C

$$f_L = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{2}{2 \cdot L \cdot C - R^2 C^2}}$$

Die Abweichung zur Stromresonanz beträgt weniger als 2.5% wenn $R \leq 0.1 \cdot X_{Resonanz}$.

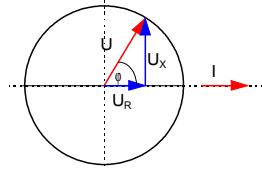
$$f_C = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{1}{LC} \cdot \frac{R^2}{(2 \cdot L)^2}}$$

51.1.12 Funktionen

$U_R = f(U_x)$

$U = \text{konst.}$

$$\varphi = \arccos\left(\frac{I}{I_{Res}}\right)$$



51.2 Parallelschwingkreis

51.2.1 Resonanzfrequenz

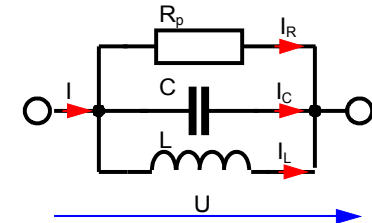
Ungefähr:

$$\omega_0 \cong \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

Exakt:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left[\frac{R_L}{L}\right]^2}$$

Der Verlustwiderstand R_L bewirkt dass die Resonanzfrequenz niedriger wird



ω_0 : Kreisfrequenz (res.) [Hz] $2\pi f$

51.2.2 Umwandeln Reihenwiderstand R_L in Parallelwiderstand R_p

$$R_p = \frac{L}{C \cdot R_L}$$

R_L : steht in Serie zu L (Spulenwiderstand)
 R_p : Spulenwiderstand

51.2.3 Strom im Resonanzfall

$$I_{Res} = \frac{U}{R_p}$$

U : Spannung bei Resonanz [V]
 I_{Res} : Strom bei Resonanz [A]
 R_p : Parallelwiderstand [Ω]

51.2.4 Dämpfung oder Verlustfaktor

$$\delta = \frac{\omega_0 \cdot L}{R_p} = \frac{1}{\omega_0 C \cdot R_p} = \frac{\sqrt{L}}{R_p C}$$

$$\delta = \frac{1}{Q}$$

ω_0 : Kreisfrequenz (res.) $2\pi f$ [Hz]
 R_p : Parallelwiderstand [Ω]
 Q : Kreisgüte []
 δ : Dämpfung []

51.2.5 Kreisgüte

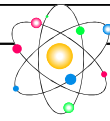
$$Q = R_p \omega_0 C$$

$$Q = R_p \sqrt{\frac{C}{L}}$$

$$Q = \frac{1}{\delta} = \frac{R_p}{\sqrt{\frac{L}{C}}} \quad Q = \frac{R_p}{\omega_0 L}$$

Eventueller Vorwiderstand wirkt parallel zu R_p

ω_0 : Kreisfrequenz (res.) $2\pi f$ [Hz]
 R_p : Parallelwiderstand [Ω]
 Q : Kreisgüte []
 δ : Dämpfung []



51.2.6 Verstimmung

Relative Frequenzabweichung	Bei der Verstimmung $v=1/Q$ besteht ein Phasenverhältnis von 45°
$v = \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}$	ω_0 : Kreisfrequenz (res.) $2\pi f$ [Hz]
Normierte Frequenzabweichung	ω : Ist Frequenz $2\pi f$ [Hz]
$v = \Omega - \frac{1}{\Omega} \quad \Omega = \frac{\omega}{\omega_0}$	v : Verstimmung []

51.2.7 Grenzfrequenz

$\omega_{g\pm} = \omega_0 \left(\pm \frac{1}{2Q} + \sqrt{1 + \left(\frac{1}{2Q}\right)^2} \right)$	
---	--

51.2.8 Bandbreite

$B = \omega_{g+} - \omega_{g-} = \frac{\omega_0}{Q}$	ω_0 : Kreisfrequenz (res.) $2\pi f$ [Hz]
$Q = \frac{\omega_0}{\omega_{g+} - \omega_{g-}}$	ω_{g+} : Obere Grenzfrequenz $2\pi f$ [Hz]
	ω_{g-} : Untere Grenzfrequenz $2\pi f$ [Hz]
	Q : Kreisgüte []

51.2.9 Impedanz

$Z = \frac{R_p}{1 + jQv}$	v : Verstimmung []
	Q : Kreisgüte []
	R_p : Parallelwiderstand [Ω] []

51.2.10 Spannungsresonanz

$U = \frac{U_0}{\sqrt{1 + [Qv]^2}}$	U_0 : Spannung im Resonanzfall [V]
	v : Verstimmung []
	Q : Kreisgüte []

51.2.11 Der Stromverlauf

$I = \frac{\sqrt{\delta^2 + \Omega^2(\Omega^2 - 1)(1 - \delta^2)^3}}{\delta \cdot [\delta^2 + \Omega^2(1 - \delta^2)]}$	$\Omega = \frac{\omega}{\omega_0}$
	δ : Dämpfung []

51.2.12 Phasenverschiebung

$\tan(\varphi) = \frac{(\sqrt{1 - \delta^2})^3}{\delta} \Omega \cdot (\Omega^2 - 1)$	$\Omega = \frac{\omega}{\omega_0}$
	δ : Dämpfung []

51.2.13 Strom durch die Induktivität und Kapazität

Spule:

$$I_L = \frac{I_{Res}}{\delta^2 + \Omega^2(1 - \delta^2)}$$

Kondensator:

$$I_C = \Omega \cdot \omega_0 C \cdot U = \Omega \cdot I_{Res}$$

δ : Dämpfung []
 ω_0 : Kreisfrequenz (res.) $2\pi f$ [Hz]

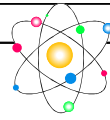
51.2.14 Frequenz für die Maximalwerte für I_L und I_C

$f_C = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{2}{2 \cdot L \cdot C - R^2 C^2}}$	Die Abweichung zur Spannungsresonanz beträgt weniger als 2.5% wenn $R \leq 0.1 \cdot X_{Resonanz}$.
$f_L = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{1}{LC} \cdot \frac{R^2}{(2 \cdot L)^2}}$	$R=R_p$: Parallelwiderstand [Ω]

51.3 Spezialfall

Frequenzunabhängig und Impedanz Reel

$$R = \sqrt{\frac{L}{C}}$$



52. Wirk-Schein-Blindleistung

52.1 Effektivwert / quadratischer Mittelwert / true r.m.s

Spannung $U_{\text{Eff}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2 \cdot dt}$			
Strom $I_{\text{Eff}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 \cdot dt}$		Der Effektivwert orientiert sich an der Leistung u: Spannung u(t) [V] i: Strom i(t) [A]	
Messinstrumente die den eff.Wert messen Weitere Messgeräte Kories p.210			
Dreheisen $\alpha = f(I^2)$	Messgröße I, U		Elektrostatisch $\alpha = f(U^2)$
			Messgröße: U

52.2 Gleichrichtwert

Spannung $ \bar{u} = \frac{1}{T} \int_0^T u \cdot dt$			
Strom $ \bar{i} = \frac{1}{T} \int_0^T i \cdot dt$		u: Spannung u(t) [V] i: Strom i(t) [A]	
Messinstrumente die den gl.ri.Wert messen Weitere Messgeräte Kories p.210			
	Drehspul mit gleichrichter $\alpha = k \cdot \bar{i} $	Messgröße: U, I	

52.3 Gleichwert / arithmetischer Mittelwert

Spannung $\bar{u} = \frac{1}{T} \int_0^T u \cdot dt$			
Strom $\bar{i} = \frac{1}{T} \int_0^T i \cdot dt$		Weitere Messgeräte Kories p.210	
Messinstrumente die den Gleichwert messen			
Drehspul $\alpha = k \cdot \bar{i}$	Messgröße: U, I		Drehmagnet $\alpha = k \cdot \bar{i}$
			Messgröße: U, I

52.4 Scheinleistung (Kories p.193ff)

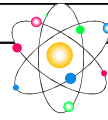
Für beliebige Spannungen und Ströme $S = U_{\text{Eff}} \cdot I_{\text{Eff}}$		S: Scheinleistung [VA] U _{Eff} : Effektivspannung [V] I _{Eff} : Effektivstrom [A]
$S = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T (u)^2 dt * \frac{1}{T} \int_0^T (i)^2 dt}$		u: Spannung u(t) [V] i: Strom i(t) [A]

52.5 Wirkleistung

Für beliebige Spannungen und Ströme $P = \frac{1}{T} \int_0^T u \cdot i \cdot dt$		P: Wirkleistung [W] U _{Eff} : Effektivspannung [V] I _{Eff} : Effektivstrom [A] u: Spannung u(t) [V] i: Strom i(t) [A]
Für Sinusgrößen $P = U_{\text{Eff}} \cdot I_{\text{Eff}} \cdot \cos(\varphi)$		
		cos(phi) Leistungs- oder Wirkfaktor []

52.6 Blindleistung

Für beliebige Spannungen und Ströme $Q = \sqrt{S^2 - P^2}$		P: Wirkleistung [W] S: Scheinleistung [VA] Q: Blindleistung [VAr]
Für Sinusgrößen zusätzlich $Q = U_{\text{Eff}} \cdot I_{\text{Eff}} \cdot \sin(\varphi)$		U _{Eff} : Effektivwert der spannung [V] I _{Eff} : Effektivwert des stromes [A] u: Spannung u(t) [V] i: Strom i(t) [A] sin(phi) Blindfaktor []



52.7 Leistungs- oder Wirkfaktor

$$\cos(\varphi) = \frac{P}{S} \quad \cos(\varphi) \quad \text{Leistungs- oder Wirkfaktor} \quad []$$

52.7.1 Blindfaktor

$$\sin(\varphi) = \frac{Q}{S} \quad \sin(\varphi) \quad \text{Blindfaktor} \quad []$$

52.8 Scheitelfaktor

$k_s = \frac{\hat{U}}{U_{\text{eff}}}$	k_s = 1.414 Sinus
	1.732 Dreieck
	1.000 Rechteck
	2.000 Einweggleichrichter
	1.414 Doppelweggleichrichter
	1.190 Dreiphasengleichrichtung
	1.732 Sägezahn

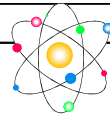
52.8 Formfaktor

$k_f = \frac{U_{\text{eff}}}{ \bar{U} }$	k_f = 1.111 Sinus
	1.155 Dreieck
	1.000 Rechteck
	1.571 Einweggleichrichter
	1.111 Doppelweggleichrichter
	1.017 Dreiphasengleichrichtung
	1.155 Sägezahn



Drehspul-Messinstrument mit vorgeschaltetem Gleichrichter werden mit dem Formfaktor geeicht. **Das Messinstrument zeigt den Gleichrichtwert an.**

Somit: $U_{\text{eff}} = k_f \cdot |\bar{U}|$ Siehe auch 52.2



53. Transformator

53.1 Eigenschaften

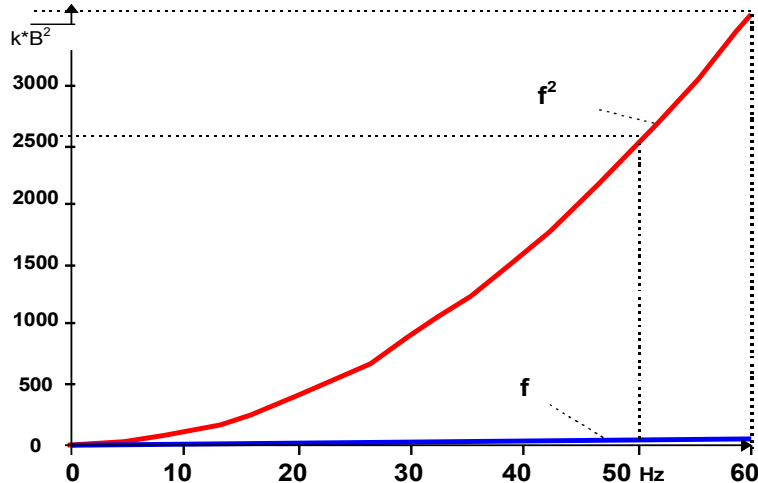
Im Leerlauf

- Trafo wirkt wie eine Drosselspule
- $\cos(\varphi) = 0.1 \dots 0.4$
- Leerlaufstrom
- Es treten die Eisenverluste P_{FE} auf. Sie sind belastungsunabhängig. Weil der Arbeitspunkt nicht verändert wird $\Rightarrow P_{FE} = P_H + P_W$
- Die Hysteresenverluste sind abhängig von
 - = Induktion B [T]
 - = Frequenz f [Hz]
 - = Eisenqualität δ_H
$$\Rightarrow P_H \cong \delta_H \cdot f \cdot B^2$$
- Wirbelstromverluste sind abhängig von
 - = Induktion B [T]
 - = Frequenz f [Hz]
 - = Eisenqualität δ_W
 - = Konstruktion
$$\Rightarrow P_W \cong \delta_W \cdot f^2 \cdot B^2$$

Wirbelverluste steigen im Quadrat der Frequenz
 Im Beispiel des Netzes 50 / 60Hz steigen die Wirbelverluste um $\sqrt{2}$

Bemerkung:

Bei sehr kleinen Frequenzen (fast Gleichspannung) hat man nur noch hysteresse Verluste. dh. $P_W \approx 0$



Unter Last

- Kupferverluste $P_{CU} = I_P^2 \cdot R_P + I_S^2 \cdot R_S$
- Die Kupferverluste sind Quadratisch von der Belastung abhängig
- Gesamtverluste $P_V = P_{CU} + P_{FE}$

1. Im Kurzschluss

- Die Kurzschlussspannung U_k ist ein mass für Spannungsfestigkeit/Spannungsänderung bei Belastungsänderung des Trafos

- Relative kurzschlussspannung $\epsilon = \frac{U_k}{U_1} \cdot 100[\%]$

U_k Eingangsspannung (Primärspannung) wenn im Ausgang (Sek.) Nennstrom fließt.

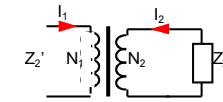
BEISPIELE

- Grosser Trafo $\epsilon = 3 \dots 10\%$
- Kleindrafo $\epsilon = 15\%$
- Klingeltrafo $\epsilon = 40\%$
- Schweißtrafo $\epsilon = 100\%$

53.2 Übersetzungsverhältnis (Linder p.162)

Übertragungsfaktor

$$\ddot{u} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{U_1}{U_2} = \frac{I_2}{I_1}$$



Impedanzverhältnis

$$Z_2' = Z_2 \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 = Z_2 \cdot \ddot{u}^2$$

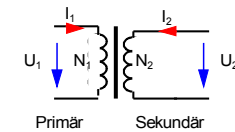
53.3 Induzierte Spannungen

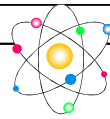
Eingangsspannung (Prim.)

$$U_{1\text{eff}} = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} N_1 \cdot \hat{\Phi} \cdot f$$

Ausgangsspannung (Sek.)

$$U_{2\text{eff}} = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} N_2 \cdot \hat{\Phi} \cdot f$$





54. Motoren

54.1 Allgemein (Lindner p.199)

Folgende Motorarten haben sich durchgesetzt

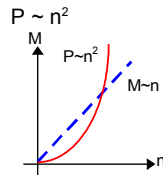
Spannungsversorgung	Motorart	Für geregelten Antrieb geeignet
Gleichstrom	Kollektormotor	JA
Drehstrom	Asynchronmotor	JA
	Synchronmotor	Frequenzumrichter
Einphasen Wechselstrom	Kollektormotor	NEIN
	Kleine Leistung (Universalmotor)	
	Grosse Leistung (Antrieb)	

54.2 Lastmoment

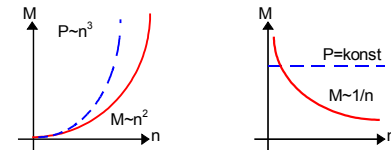
- Beharrungsmoment (Losbrechmoment)
- Beschleunigungsmoment

Arten von Lastmomenten

- $M = \text{konst} \cdot P \sim n$
- $M \sim n$



- $M \sim n^2$ $P \sim n^3$
- $M \sim 1/n$ $P = \text{konst.}$



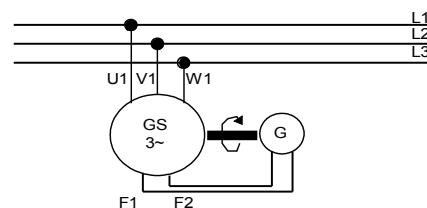
54.3 Synchronmaschine (Lindner p217)

Generator

- Erregerleistung beträgt weniger als 2% und muss von aussen zugeführt werden

- Vorwiegend verwendet in der Energieerzeugung.

- Synchronisation mit Netz bei gleicher Frequenz, Phase und Spannung



Motor

- Drehzahl entspricht dem Drehfeld
- Braucht eine Anfahrlilfe
- Verwendet Drehstrom

Drehzahl

$$n_s = \frac{f \cdot 60}{p}$$

f:	Frequenz der Spannung	[Hz]
p:	Polpaarzahl	[]
n_s :	Synchrondrehzahl	[min ⁻¹]

54.4 Asynchronmaschine (Linder p223)

Der Asynchronmotor kann nicht oder nur wenn die Statorwicklung mit Strom durchflossen ist

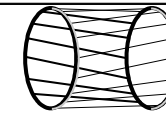
- Eigenschaften:
- Kleines Anlaufmoment bei grosser

als Generator betrieben werden, da das Erregerfeld via Induktion aus der Ständerwicklung genommen wird.

Stromaufnahme

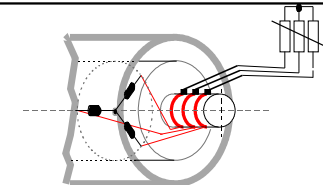
Kurzschlussläufermotor

Kurzgeschlossene Drehstromwicklung in Sternschaltung. Besitzt einen grossen an Anlaufstrom.



Schleifringläufermotor

Der Läufer (Rotor) enthält eine Drehstromwicklung mit gleicher polzahl wie der Ständer und ist in Stern geschaltet. Die Wicklungsenden werden über Schleifringe nach aussen geführt und zu einem Anlasser geführt.



Drehzahl:

$$n_s = \frac{f \cdot 60}{p}$$

Die ist Drehzahl ist kleiner als n_s

Leistung:

$$P = M \cdot \omega$$

$$P = M \cdot 2\pi \cdot n$$

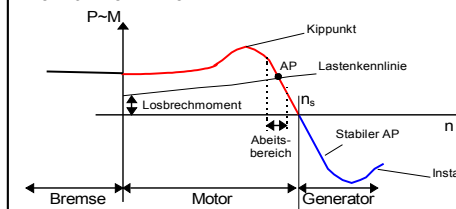
Schlupf:

$$s = \frac{n_s - n}{n_s} \quad f_i = f \cdot s$$

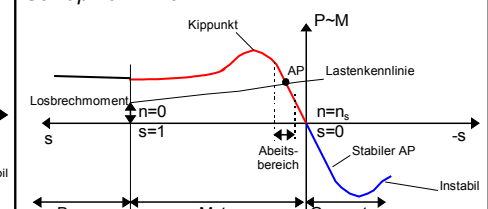
f:	Frequenz der Spannung	[Hz]
f_i :	Frequenz der Rotorspannung	[]
p:	Polpaarzahl	[]
n_s :	Synchrondrehzahl	[min ⁻¹]
	Diese wird normalerweise nie erreicht.	
n:	Ist Drehzahl	[min ⁻¹]
s:	Schlupf	[]
M:	Drehmoment	[Nm]
ω :	Winkelgeschwindigkeit	[rad]

$s < 0$ Generator betrieb
 $s > 0$ Motorbetrieb

Drehzahlkennlinie



Schlupfkennlinie

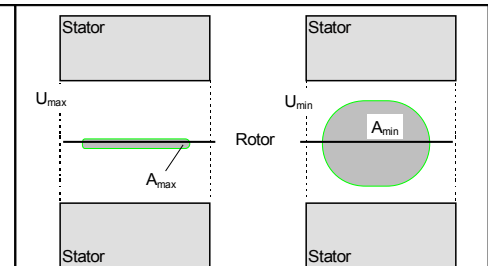


Induktionsregeler:

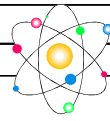
Die Rotorspannung wird über Schleifringe nach aussen geführt. Der Rotor wird blockiert und steht in einem Winkel zum Stator. Die dabei vom Fluss durchflossenen Fläche A ist die Stellgrösse.

$$U_{20} = 4.44 \cdot f_s \cdot N_2 \cdot \hat{B} \cdot A \cdot \text{const}$$

f:	Netzfrequenz	[Hz]
B:	Flussdichte	[T]
N_2 :	Rotorwindungen	[]
A:	Fläche vom Fluss durchflossen	[m ²]
U_{20} :	Spannung vom Rotor abgegeben	[V]
s:	Schlupf	[]



$$U_2 = U_{20} \cdot s$$

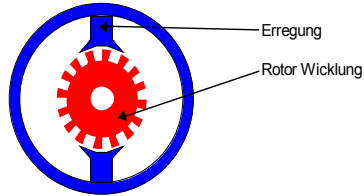


Drehzahlregelung:

- polpaarumschaltung (Dahlanderschaltung)
- Variable Spannung
- Frequenzumrichter
- Schlupfsteuerung

54.5 Gleichstrommaschine / Kollektormaschinen / Einphasenmotor

Diese Art von Motoren kann so wohl für Gleichspannung wie auch für Einphasen-Wechselspannung verwendet werden, sofern kein Permanent Magnet verwendet werden



Die maximale Drehzahl ist durch die mechanische Festigkeit, insbesondere durch den Kollektor, bestimmt.	0..5kW	<20'000 min ⁻¹
	5...100kW	< 5'000 min ⁻¹
	100... kW	< 2'000 min ⁻¹

54.5.1 Schaltungsarten

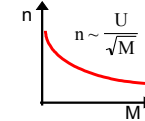
Nebenschluss (Regelungsaufgaben)			
Hauptschluss (Traktionsaufgaben) Besitzt ein grosses Anzugsmoment. (Laststrom und Erregerstrom sind gleich)			
Doppelschluss Nur bei gesteuertem Antrieb. Beeinflussungen der Lastromabhängigen Drehzahländerung.			Durch die Kompoundschaltung verliert die Momentenkenlinie ihre proportionalität zum Laststrom.

54.5.2 Drehzahl / Drehmoment

Nebenschlussmotor: Fremderr. $M = k_m \cdot I \cdot \Phi$ $k_m = \frac{p \cdot Z}{2\pi \cdot a}$ $n \cong \frac{U}{k_g \cdot \Phi}$ $k_g = \frac{Z \cdot p}{a \cdot 60}$	 	U: Induzierte Spannung [V] I: Aufgenommener Strom [A] k _m : Maschinen konstante [] k _g : Maschinen konstante [] M: Drehmoment [Nm] Φ: Fluss [Vs][Wb] a: Anzahl parallele Rotorwicklungs-zweigpaare. [] p: Polpaarzahl [] Z: Anzahl Leiter im Rotor []
Sollte der Fluss aus irgend einem Grund verschwinden wird sich die Maschinen eine zerstörerische Geschwindigkeit erreichen		

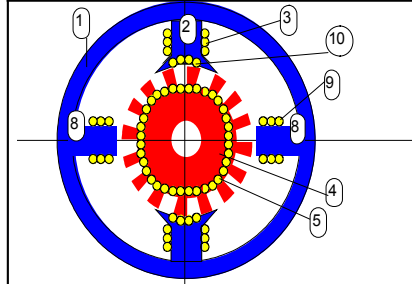
Hauptschlussmotor:

$$n \sim \frac{U}{\sqrt{M}}$$



Dieser Motor darf nur unter Lastbetrieben werden da es sonst zu einer zerstörerischen Drehzahl kommen kann.

54.5.3 Aufbau



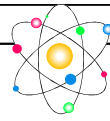
- (1) Stator, Jochring
- (2) Hauptpole
- (3) Feldwicklung
- (4) Rotor (Anker)
- (5) Rotorwicklung
- (6) Wendepole
- (7) Wendepolewicklung
- (8) Kompensationswicklung (Kompound)

Wendepol

Bewirken eine Verbesserung der Kommutierung.
Die Bürsten schalten dann nahezu stromlos.
Erregung erfolgt durch den Laststrom
Für mehr als 200W standard

Kompoundwicklung

Wird vom Laststrom durchflossen.
Es wird eine Lastromabhängige Komponente der Erregung hinzugefügt.
Siehe auch Ankerrückwirkung.
Für mehr als 100kW standardmässig vorhanden.



54.5.4 Ankerrückwirkung

Deformation des Erregerfeldes auf Grund der Last. Bei reduziertem Erregerfluss tritt die Ankerrückwirkung stärker auf.

Auswirkungen:

- Verschiebung der neutralen Zone. Stromwendung findet nicht mehr bei 0 statt. Verschlechterung der Komutierung
- Erhöhung der Lamellenspannung. Darf nicht grosser als 20-25V werden. Rundfeuergefahr
- Sättigungserscheinungen an den Polkanten und Ankerzähnen

Reduktion & beseitigung:

- Verschieben der Bürsten in die Neutralzone (Einstellung auf mittlere Leistung)
- Konstruktive Massnahme. Geeignet polschuhform verwenden.
- Einsetzen von Wendepolen. Hierbei wird die neutrale Zone für die Komutierung sichergestellt. (Die AR bleibt bestehen)
- Verwendung von Kompensationswicklungen. Nur P > 100kW. Mit ihr wird die Ursache der Ankerrückwirkung eliminiert

54.5.5 Kommutator / Stromwender

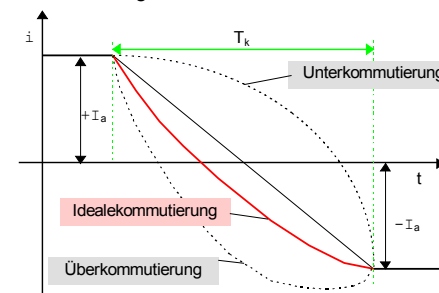
Während der der neutralen Zone ändert im Stromleiter die von +I_a auf -I_a. Dieser Wechsel erfolgt während der Kommutierungsphase T_k.

$$T_k = \frac{b_k}{v_k}$$

b_k: Bürstenbreite
v_k: Umfangsgeschwindigkeit Kollektor

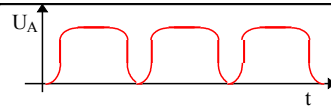
Während der Kommutierungsphase sind mindestens zwei Lamellen kurzgeschlossen.

Kommutierungsverlauf:

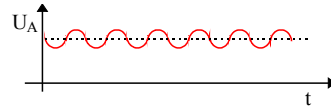


54.5.6 Generatorbetrieb

Durch das Umschalten des Kommutators erhält man am Ausgang immer eine Pulsierende Gleichspannung



Bei besserer Spulenordnung erhält man eine weichere Ausgangsspannung



Die Induzierte Spannung beträgt

$$U_i = k_g \cdot n \cdot \Phi$$

$$k_g = \frac{Z \cdot p}{a \cdot 60}$$

- U_i: Induzierte Spannung [V]
- k_g: Maschinen konstante []
- n: Drehzahl [min⁻¹]
- Φ: Fluss [Vs][Wb]
- a: Anzahl parallele Rotorwicklungs-zweigpaare. []
- p: Polpaarzahl []
- Z: Anzahl Leiter im Rotor []

54.6 Brushless DC-Motor / Schrittmotor (Lindner p.241)

54.7 Linearmotor (Lindner p.239)

Kurzstatormotor
Langstatormotor

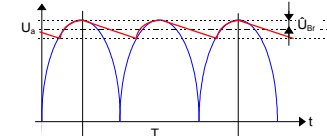
55. Stromversorgung

55.1 Brumspannung (Kories p.483)

Für Vollweg Gleichrichter gilt:

$$\hat{U}_{Br} = \frac{\bar{i}}{4 \cdot f \cdot C}$$

$$\hat{U}_{Br} = \frac{\bar{u}}{R \cdot 4 \cdot f \cdot C}$$

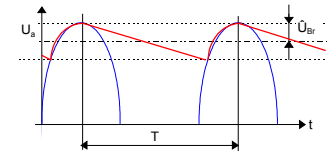


- Ū_{Br}: Brumspannung [V]
- i: mittlere Strom [A]
- ū: mittlere Spannung [V]
- f: Frequenz der Trafospannung [Hz]
- C: Kapazität [F]
- R: Lastwiderstand [Ohm]

Für Halbweg Gleichrichter

$$\hat{U}_{Br} = \frac{\bar{i}}{2 \cdot f \cdot C}$$

$$\hat{U}_{Br} = \frac{\bar{u}}{R \cdot 2 \cdot f \cdot C}$$



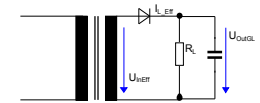
Faustformeln für Spannungen > 10V

Einweg

$$U_{GL} \approx 1.15 \cdot U_{InEff}$$

$$I_{eff} \approx 2.1 \cdot I_{GL}$$

$$P_{Trafo} \approx 3.1 \cdot P_{GL}$$

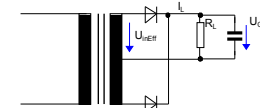


Zweiweg

$$U_{GL} \approx 1.3 \cdot U_{InEff}$$

$$I_{eff} \approx 1.1 \cdot I_{GL}$$

$$P_{Trafo} \approx 1.5 \cdot P_{GL}$$

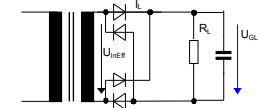


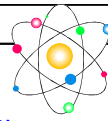
Brückenschaltung

$$U_{GL} \approx 1.3 \cdot U_{InEff}$$

$$I_{eff} \approx 1.57 \cdot I_{GL}$$

$$P_{Trafo} \approx 1.23 \cdot P_{GL}$$





55.2 Gleichrichterschaltungen

(Lindner p.648 ,Kories p.483)

Einwegschaltung

$\frac{\bar{U}}{U_{InEff}} = 0.45$

Welligkeitsfaktor

$k_w = \frac{\bar{U}_{out}}{\tilde{U}} = 1.21$

Brummfrequenz:

$f_{Br} = f$

Max. Repetive Diodenspannung

$\hat{U}_{RRM} = \hat{U}_{In}$

Mittelwert des Durchlassstromes der Diode

$\bar{I}_F = \bar{I}_{RL}$

\hat{U}_{In}	Spitzenspannung Trafo	[V]
U_{InEff}	Effektivspannung Trafo	[V]
\bar{U}	Mittelwertspannung Trafo	[V]
\bar{U}_{out}	Mittelwertspannung über R_L	[V]
\hat{U}_{RRM}	max. period. Sperrspannung	[V]
\tilde{U}	Effektivwert der Summe der Fourierwechselspannungen	[V]
I_F	Mittelwertstrom der Diode	[A]
I_{RL}	Mittelwertstrom der Last	[A]

Zweiweg-Mittelpunktschaltung

$\frac{\bar{U}}{U_{InEff}} = 0.9$

Welligkeitsfaktor

$k_w = \frac{\bar{U}_{out}}{\tilde{U}} = 0.48$

Brummfrequenz:

$f_{Br} = 2 \cdot f$

Repetive Diodenspannung

$\hat{U}_{RRM} = 2 \cdot \hat{U}_{In}$

Mittelwert des Durchlassstromes der Diode

$\bar{I}_F = 0.5 \cdot \bar{I}_{RL}$

Zweiweg-Brückenschaltung

$\frac{\bar{U}}{U_{InEff}} = 0.9$

Welligkeitsfaktor

$k_w = \frac{\bar{U}_{out}}{\tilde{U}} = 0.48$

Brummfrequenz:

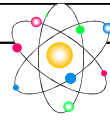
$f_{Br} = 2 \cdot f$

Repetive Diodenspannung

$\hat{U}_{RRM} = \hat{U}_{In}$

Mittelwert des Durchlassstromes der Diode

$\bar{I}_F = 0.5 \cdot \bar{I}_{RL}$



56. Halbleiter

56.1 Diode

<p>Symbol:</p>	<p>Näherung:</p>
<p>Grenzwerte:</p> <p>U_R: max. zulässige Spannung</p> <p>I_F: max. zulässiger Flussstrom</p> <p>P_V: max. zulässige Verlustleistung</p>	<p>Kennwerte: <i>charakteristisch</i></p> <p>$I_R (U_R)$: Sperrstrom bei angegeben. Sperrsp.</p> <p>$U_F(I_F)$: Flussspannung beim ang. Flussstr.</p> <p>$\alpha (I_F)$: Temp koefizient bei geg. Flussstrom</p> <p>Kennwerte: <i>dynamisch</i></p> <p>$C_D(U_R)$: Sperrschr. kapaz. bei geg. Sperrsp.</p> <p>$r_d(I_F)$: dyn. diff. Widerstand</p> <p>$q_s (I_F)$: gesp. Ladung beim geg. Flussstrom</p> <p>$t_{tr} (I_F)$: Sperrerrholzeit (anstelle von q_s)</p>
<p>Durchlassspannung</p> $U_F = n \cdot u_T \ln\left(\frac{I_F}{I_S}\right) + R \cdot I_F$	<p>$n=1$: nach Model. In der Praxis 1..3</p> <p>u_T: 26mV bei Raumtemperatur</p> <p>I_S: Sättigungsstrom der Diode</p> <p>I_F: Strom in Flussrichtung</p> <p>U_F: Spannung in Flussrichtung</p> <p>R: Seriewiderstand der Diode</p>
<p>Thermospannung in Durchlassrichtung (Shockwell Formel)</p> $U_F = n \cdot U_T \cdot \ln\left(\frac{I_F}{I_S}\right) + R_D \cdot I_F$ $U_T = \frac{k \cdot T}{q} \approx 26\text{mV}/_{25^\circ\text{C}}$	<p>n: Qualitätsparameter</p> <p>U_T: Thermospannung</p> <p>I_S: Sperrstrom</p> <p>I_F: Vorwärtstrom</p> <p>k: Boltzmannkonstante</p> <p>q: Elementarladung</p> <p>T: Temperatur</p>

56.2 Z-Diode

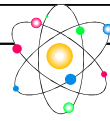
<p>In Durchlassrichtung verhalten einer Normalen Diode.</p> <ul style="list-style-type: none"> Zenerdioden unter 5V dominiert der Zener-Effekt. Diese Dioden haben einen negativen Temperatur Koeffizienten. Der Knick ist weich. Z-Dioden im Übergangsbereich (5..6 V) haben einen sehr geringen Temperatur Koeffizienten 	<ul style="list-style-type: none"> Zenerdioden größer als 6V dominiert der Avelanche-Effekt. Diese Dioden haben einen positiven Temperatur Koeffizienten. Der Knick ist scharf.
--	--

56.3 Thyristor

<p>Nach dem Zünden kann der Thyristor nur durch einen Stromunterbruch gelöscht werden.</p> <p>Es gibt sie als</p> <ul style="list-style-type: none"> kathodenseitiges Gate anodenseitiges Gate <p>Siehe auch Lindner p.344</p>	<p>Phasenanschnittsteuerung mit Thyristor</p>
--	---

56.4 Triac

<p>Nach dem Zünden kann der Triac nur durch einen Stromunterbruch gelöscht werden.</p> <p>Er leitet die positive wie die Negative Halbwelle</p> <p>Siehe auch Lindner p.350</p>	<p>Phasenanschnittsteuerung mit Triac</p>
---	---



57. Bipolar-Transistor

Der Transistor besteht aus einer stark dotierten N-Schicht (Emitter) und einer schwach dotierten und sehr dünnen P-Schicht (Basis) und aus einer schwach dotierten N-Schicht (Kollektor).

57.1.1 Grenzwerte:(Ratings)

U_{CE0} zul. CE-Spannung bei offener Basis.
 U_{CBO} zul. CB-Span. bei offenem Emitter.
 U_{CES} zulässige CE-Spannung bei kurzschluss zwischen Basis und Emitter.

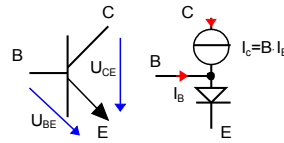
57.1.2 Kennwerte:

$I_{CEO}(U_{CE})$ Kollektorsperrstr. bei offener Basis
 $I_{CBO}(U_{CB})$ Kollektorsperrstr. bei offen. Emitter
 $I_{CES}(U_{CE})$ Kollektorsperrstr. bei geg. Span., wenn Basis mit Emitter verbunden.

57.2 Transistor Kenndaten in Emitterschaltung (Kories p.334)

Statische Daten
 Stromverstärkung B

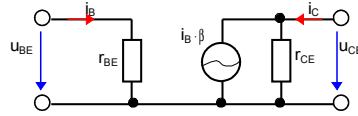
$$B = \frac{I_C}{I_B} \text{ auch } h_{FE} \text{ oder } H_{FE}$$



Dynamische Daten

$$u_{BE} = h_{11E} \cdot i_B + h_{12E} \cdot u_{CE}$$

$$i_C = h_{21E} \cdot i_B + h_{22E} \cdot u_{CE}$$

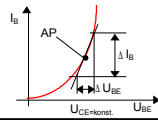


57.2.1 h-Parameter

Kurzschluss Eingangswiderstand

$$h_{11E} = r_{BE} = \left. \frac{u_{BE}}{i_B} \right|_{u_{CE}=0} \text{ auch } h_{ie}$$

Ausgang kurzgeschlossen



Leerlauf Spannungsrückwirkung

$$h_{12E} = \left. \frac{dU_{CE}}{dU_{BE}} \right|_{i_B = \text{konst.}} \approx 0$$

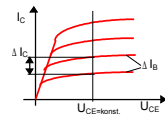
Eingang offen

=0

Kurzschluss Vorwärtsstromverstärkung

$$h_{21E} = \beta = \left. \frac{i_C}{i_B} \right|_{u_{CE}=0} \text{ auch } h_{fe}$$

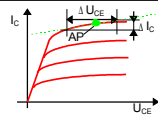
Ausgang kurzgeschlossen



Leerlauf Ausgangsleitwert

$$h_{22E} = \frac{1}{r_{CE}} = \left. \frac{i_C}{u_{CE}} \right|_{i_B=0}$$

Eingang offen



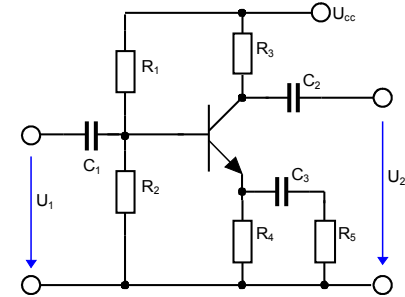
57.2.2 Emitterschaltung Arbeitspunkt

Praktikerangaben

U_{CE} so wählen dass $U_{R3} = U_{CC}/2$
 I_C wählen oder ist gegeben.
 $U_{R4} \approx 1...2V$ oder gegeben

$$I_{R1} \approx 7 \cdot I_B$$

$$I_{R2} \approx 6 \cdot I_B$$



Widerstand R_3

$$R_3 = \frac{U_{R3}}{I_C}$$

Widerstand R_4

$$R_4 = \frac{U_{R4}}{I_C + I_B}$$

Widerstand R_1

$$R_1 = \frac{U_{CC} - (U_{R4} + U_{BE})}{7 \cdot I_B}$$

Widerstand R_2

$$R_2 = \frac{U_{R4} + U_{BE}}{6 \cdot I_B}$$

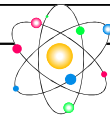
57.2.3 Emitterschaltung Arbeitspunkt bei gegebenen Komponenten

Kollektor-Strom

$$I_C = \frac{U_{CC} \cdot R_2}{R_1 + R_2} - \frac{U_{BE}}{\frac{R_1 || R_2}{\beta} + R_4}$$

Kollektor-Emitterspannung U_{CE}

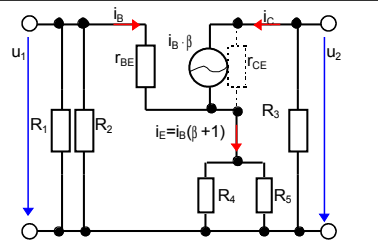
$$U_{CE} = U_{CC} - I_C (R_3 + R_4)$$



57.2.4 Emitterschaltung Dynamische Daten

R5 bestimmt wie stark die Stromgegenkopplung ist und dient der AP Stabilisierung

Phasendrehung 180°



Eingangswiderstand

$$Z_1 \approx R_1 \parallel R_2 \cdot \left\| \left(r_{BE} + \beta (R_4 \parallel R_5) \right) \right.$$

Ausgangswiderstand ohne RL

$$Z_2 = (r_{CE} + R_4 \parallel R_5) \parallel R_3 \approx R_3$$

Spannungsverstärkung ohne RL

$$V_u = \frac{-\beta \cdot R_3}{r_{BE} + \left[(1 + \beta) \cdot (R_4 \parallel R_5) \right]}$$

Stromverstärkung ohne RL

$$V_i = \frac{i_1}{i_2} = \frac{V_u \cdot Z_1}{Z_2}$$

Die Verstärkung hat ein negatives Vorzeichen

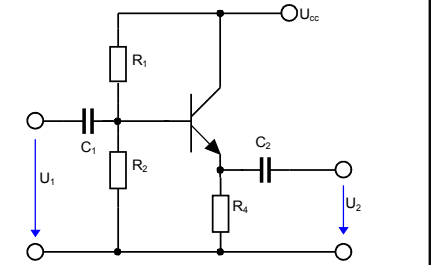
57.3.1 Kollektorschaltung Arbeitspunkt

Praktikerangaben

$U_{CE} = U_{CC}/2$
 I_C wählen oder ist gegeben.

$$I_{R1} \approx 7 \cdot I_B$$

$$I_{R2} \approx 6 \cdot I_B$$



Widerstand R4

$$R_4 = \frac{U_{R4}}{I_C + I_B}$$

Widerstand R1

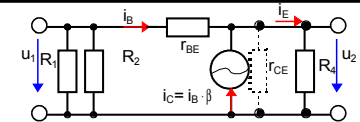
$$R_1 = \frac{U_{CC} - (U_{R4} + U_{BE})}{7 \cdot I_B}$$

Widerstand R2

$$R_2 = \frac{U_{R4} + U_{BE}}{6 \cdot I_B}$$

57.3.1 Kollektorschaltung Dynamische Daten

Phasendrehung 0°



Eingangswiderstand ohne RL

$$Z_1 \approx R_1 \parallel R_2 \left\| \left(r_{BE} + R_4 \cdot (\beta + 1) \right) \right.$$

Eingangswiderstand mit RL

$$Z_1 \approx R_1 \parallel R_2 \left\| \left(r_{BE} + R_4 \parallel R_L \cdot (\beta + 1) \right) \right.$$

Ausgangswiderstand ohne RL

$$Z_2 = \frac{R_4 \cdot r_{BE}}{(r_{BE} + (1 + \beta)R_4) \cdot \beta} \approx \frac{r_{BE}}{\beta}$$

Spannungsverstärkung ohne RL

$$V_u = \frac{(\beta + 1) \cdot R_4}{r_{BE} + \left[(\beta + 1) \cdot R_4 \right]}$$

Spannungsverstärkung mit RL

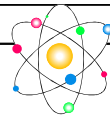
$$V_u = \frac{(\beta + 1) \cdot R_4 \parallel R_L}{r_{BE} + \left[(\beta + 1) \cdot R_4 \parallel R_L \right]}$$

Stromverstärkung ohne RL und R4

$$V_i = \frac{i_2}{i_1} = \beta + 1$$

Stromverstärkung mit RL

$$V_i = \frac{i_2}{i_1} = \frac{\beta \cdot R_4}{R_4 + R_L}$$



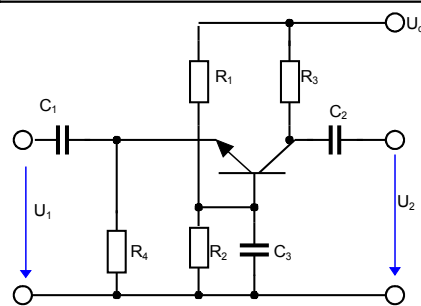
57.4 Basisschaltung Arbeitspunkt

Praktikerangaben

$U_{CE} \approx U_{cc}/2$
 I_C wählen oder ist gegeben.
 $U_{R4} \approx 1 \dots 2V$ oder gegeben

$$I_{R1} \approx 7 \cdot I_B$$

$$I_{R2} \approx 6 \cdot I_B$$



Widerstand R_3

$$R_3 = \frac{U_{R3}}{I_C}$$

Widerstand R_4

$$R_4 = \frac{U_{R4}}{I_C + I_B}$$

Widerstand R_1

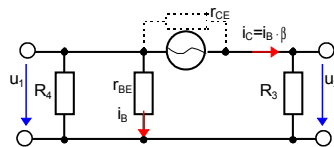
$$R_1 = \frac{U_{CC} - (U_{R4} + U_{BE})}{7 \cdot I_B}$$

Widerstand R_2

$$R_2 = \frac{U_{R4} + U_{BE}}{6 \cdot I_B}$$

57.4.1 Basisschaltung dynamische Daten

Phasendrehung 0°



Eingangswiderstand

$$Z_1 = R_4 \parallel \frac{r_{BE}}{1 + \beta}$$

Ausgangswiderstand ohne R_L

$$Z_2 = (r_{CE} + R_4) \parallel R_3 \approx R_3$$

Spannungsverstärkung ohne R_L

$$V_u = \frac{\beta \cdot R_3}{r_{BE} + [(1 + \beta) \cdot R_4]}$$

Stromverstärkung ohne R_L

$$V_i = \frac{i_1}{i_2} = \frac{\beta}{\beta + 1}$$

57.5 Kopplungskondensatoren für Emitter & Kolektor & Basis-Schaltung

Eingangskondensator C_1

$$C_1 = \frac{a_n}{2\pi \cdot f_{gu} \cdot (Z_1 + Z_Q)}$$

Z_Q : Quellenwiderstand
 a_n : Koeffizient abhängig von Anzahl der Kondensatoren in der Schaltung

Eingangskondensator C_2

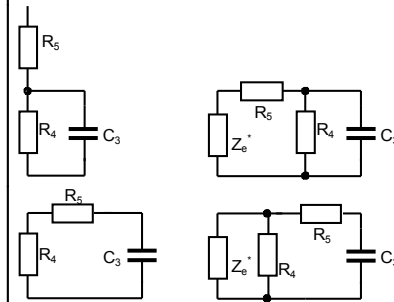
$$C_2 = \frac{a_n}{2\pi \cdot f_{gu} \cdot (Z_2 + R_L)}$$

R_L : Lastwiderstand
 a_n : Koeffizient abhängig von Anzahl der Kondensatoren in der Schaltung

Emitterkondensator C_3

$$C_3 = \frac{a_n}{2\pi \cdot f_{gu} \cdot (R_{Res})}$$

a_n : Koeffizient abhängig von Anzahl der Kondensatoren in der Schaltung

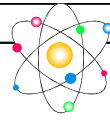


$$R_{Res} = R_4 \parallel \left(R_5 + \frac{(R_1 \parallel R_2) + h_{ie}}{1 + h_{fe}} \right)$$

$$R_{Res} = R_4 + \left(R_5 \parallel \frac{(R_1 \parallel R_2) + h_{ie}}{1 + h_{fe}} \right)$$

Koeffizient a_n abhängig von Anzahl Kondensatoren (Serieschaltung von Filtern)

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a_n	1	1.55	1.96	2.30	2.59				

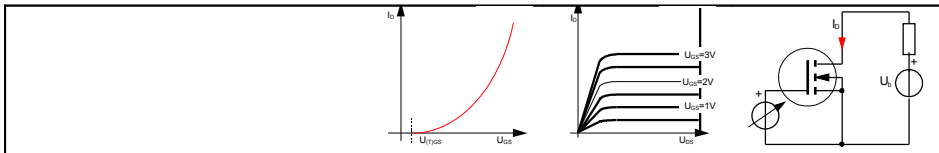


58 FET-Schaltungen

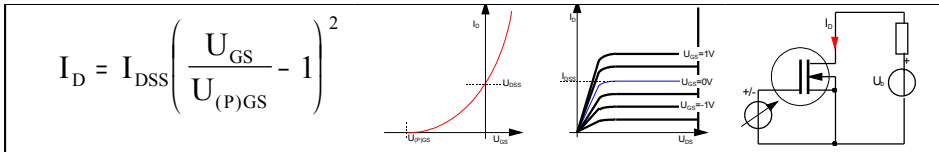
58.1 Typen

IG-FET & MOS-FET	J-FET
Auf einem sehr schwachen dotierten p-leitendem Halbleiter („Bulk“ B) sind zwei stark dotierte n-leitende Inseln („source“ S und „Drain“ D) vorhanden. Die Zone zwischen den beiden Inseln ist mit einem dünnen Isolator (häufig ein Oxyd) bedeckt, dessen Oberfläche mit einem elektrisch leitenden Schicht („Gate G“) überzogen ist. Unter der Oxydschicht kann ein sehr dünne schwach dotierte n-leitende Schicht (der so genannte Kanal) sein.	Das Gate ist hier nicht eigentlich isoliert, sondern bestehend aus einem p-leitendem Material. Gegenüber dem eingebauten n-Kanal ist es durch einen gesperrten pn-Übergang „isoliert“, solange das Gate negativ ist gegenüber dem Kanal. J-FET gibt es nur als „ Verarmungstyp “ (Depletion-Mode)

58.1.1 Enhanced-Mode „Anreicherungstyp“ (Selbstsperrend)



58.1.2 Depletion-Mode „Verarmungstyp“ (Selbstleitend)



58.1.3 Grenzwerte (Ratings):

U_{DS}	zulässige DS-Spannung (unabhängig von der Beschattung des Gates).
U_{GSO}	zulässige GS-Spannung bei offenem Drain.
U_{DGO}	zulässige DG-Spannung bei offenem Source.
I_D	zulässige Drainstrom
I_G	zulässige Gatestrom

58.1.4 Kennwerte:

$I_{DSS} (U_{DS})$	Drainstrom bei UGS=0 V. Beim Verarmungstyp (Depletionmode) ist dies der maximal mögliche Arbeitsstrom, beim Anreicherungstyp (Enhancement-Mode) dagegen ein Sperrstrom.
$I_{GSS} (U_{GS})$	Gate-Sperrstrom bei angegebener GS-Spannung (Drain auf Source kurzgeschlossen).
$U_{(P)GS} (I_D)$	Pinch-off-Voltage (Abschnürspannung) beim verarmungstyp. Nötige GS-Spannung, um den Drainstrom auf den angegeben (sehr kleinen) Wert zu reduzieren.
$U_{(T)GS} (I_D)$	Threshold-Voltage (Schwellspannung) beim Anreicherungstyp. Nötige GS-Spannung, um den Drainstrom auf den angegeben (sehr kleinen) Wert zu erhöhen.

58.2 Innere Widerstände

(Kurzschluss-) Transadmitanz (auch Steilheit genannt)

$$y_{fs} = \frac{I_D}{U_{GS}} = \frac{i_d}{u_{gs}}$$

Eingeschalteter Widerstand: ($U_{GS} = \text{const}$)

$$R_{DS(on)} = \frac{U_{DS}}{I_D}$$

58.2.1 Kleinsignalparameter

Übertragungsadmitanz

$$y_{fs} = S = \frac{\Delta I_D}{\Delta U_{GS}} = \frac{i_D}{u_{GS}}$$

$$U_{DS} = \text{const.}$$

Höchsterwert bei $U_{GS} = 0$

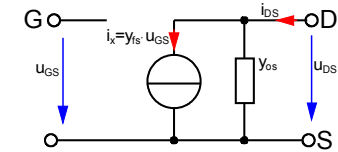
$$y_{fs(max)} = \frac{2 \cdot I_{DSS}}{-U_{(P)GS}}$$

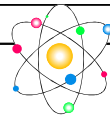
Für andere Werte

$$y_{fs} = y_{fs(max)} \sqrt{\frac{I_D}{I_{DSS}}}$$

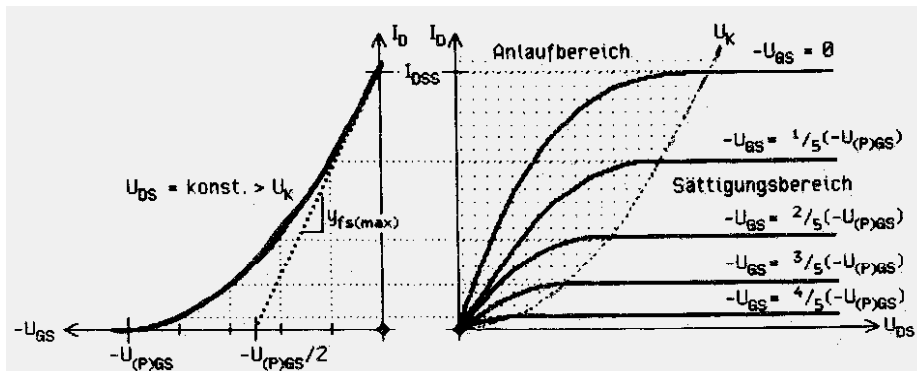
Ausgangsadmitanz

$$y_{os} = \frac{1}{r_{DS}} = \frac{\Delta I_D}{\Delta U_{DS}} = \frac{i_d}{u_{ds}} \quad U_{GS} = 0$$





58.3 Übertragungs- und Ausgangs-Kennlinie (n-Verarmungstyp)



Übertragungskennlinie oder einfacher geschrieben

$$I_D = \frac{I_{DSS} (U_{GS} - U_{(P)GS})^2}{U_{(P)GS}^2} \quad I_D = I_{DSS} \left(\frac{U_{GS}}{U_{(P)GS}} - 1 \right)^2$$

Anlaufgebiet:

$$I_D = \frac{I_{DSS} \cdot 2 \cdot U_{DS} (U_{GS} - U_{(P)GS}) - U_{DS}^2}{U_{(P)GS}^2}$$

Widerstand:

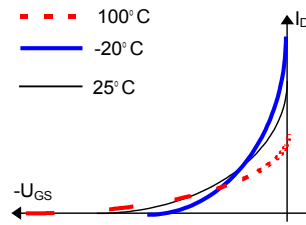
$$R_{DS} = \frac{U_{DS}}{I_D}$$

oder

$$\frac{1}{R_{DS}} = \frac{I_{DSS} [2 \cdot (U_{GS} - U_{(P)GS}) - U_{DS}]}{U_{(P)GS}^2}$$

58.3.1 Temperaturverhalten im Sättigungsbereich

Mit steigender Temperatur nimmt die Beweglichkeit der Ladungsträger ab; Die Übertragungskennlinie wird vert. zusammengestaucht. Wegen Änderung von Kontakt- und Diffusionsspannung verschiebt sich die Übertragungskennlinie nach links (<-->) vorwiegend bei kleinen Strömen.



58.4 Sourceschaltung Arbeitspunkt (Kories p.386)

Gatespannung

$$U_{GS} = U_G - U_S$$

Widerstand R_4

$$U_S = I_D \cdot R_4$$

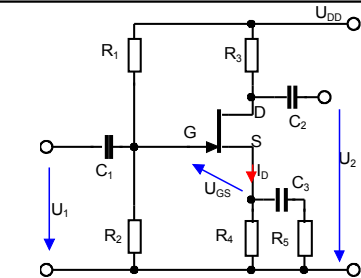
Widerstand R_1, R_2

$$U_G = \frac{U_{DD} \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

Widerstand R_3

$$U_{DS} = U_{DD} - I_D (R_3 + R_4)$$

I_D :



I_D aus der Transverkenlinie oder mit der Formel (58.1.2) weiter vorne!

58.4.1 Sourceschaltung Dynamische Daten

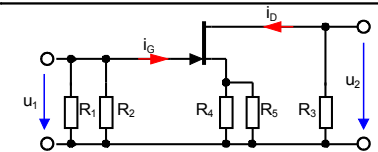
Eingangswiderstand

$$Z_1 = R_1 \parallel R_2$$

Ausgangswiderstand ohne R_L

$$Z_2 = \frac{1 + (y_{fs} + y_{os}) \cdot (R_4 \parallel R_5)}{y_{os}} \parallel R_3$$

$$Z_2 \approx R_3$$



Strom ohne Gegenkopplung $R_5=0$

$$i_{DS} = y_{fs} \cdot u_{GS}$$

Strom mit Gegenkopplung

$$i_{DS} = \frac{y_{fs} \cdot u_{GS}}{1 + (y_{os} + y_{fs}) R_5}$$

Spannungsverstärkung ohne R_L

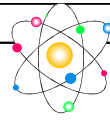
$$V_u = \frac{u_2}{u_1} = \frac{-y_{fs} \cdot R_3}{1 + (y_{os} \cdot R_3) + (y_{fs} + y_{os})(R_4 \parallel R_5)}$$

In den meisten Fällen reicht:

$$V_u = \frac{-y_{fs} \cdot R_3}{1 + y_{fs} \cdot R_4 \parallel R_5}$$

Stromverstärkung ohne R_L

$$V_i = \frac{i_2}{i_1} = \frac{u_2/R_3}{u_1/R_1 \parallel R_2} = V_u \frac{R_1 \parallel R_2}{R_3}$$

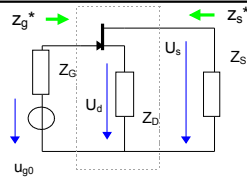


58.5 AC-Verstärker in Drain-Schaltung

Ähnliches vorgehen wie bei S-Schaltung

$$u_s = \frac{y_{fs} \cdot Z_S}{1 + y_{os} Z_D + (y_{fs} + y_{os}) Z_S}$$

$$v_u = \frac{u_s}{u_g} \quad v_i = \frac{i_d}{i_g} = -\infty$$

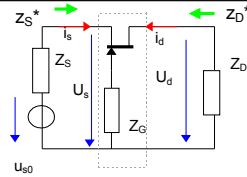


58.6 AC-Verstärker in Gate-Schaltung

$$u_d = \frac{u_{so} \cdot Y_S (y_{fs} + y_{os})}{Y_S (y_{os} + Y_D) + Y_D (y_{fs} + y_{os})}$$

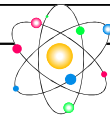
$$v_u = \frac{u_d}{u_s} = \frac{(y_{fs} + y_{os}) Z_D}{1 + y_{os} \cdot Z_D}$$

$$v_i = \frac{i_d}{i_s} = -1$$



58.7 Berechnung der Kondensatoren

SIEHE Transistoren weiter vorne



59. Operationsverstärker

Kories p.404
Lindner p.452

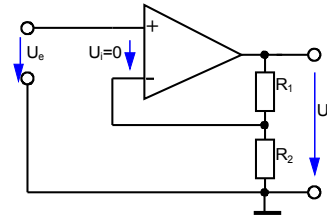
59.1 Nichtinvertierender Verstärker

Verstärkung

$$V_u = \frac{U_a}{U_e} = 1 + \frac{R_1}{R_2}$$

Eingangswiderstand

$$Z_{in} \approx \infty$$



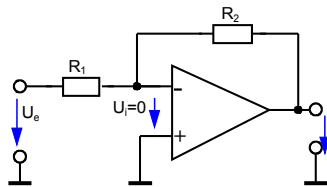
59.2 Invertierender Verstärker

Verstärkung

$$V_u = \frac{U_a}{U_e} = - \frac{R_2}{R_1}$$

Eingangswiderstand

$$Z_{in} = R_1$$



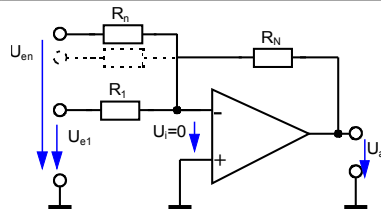
59.3 Addierer

Verstärkung

$$U_a = - \left(U_{e1} \frac{R_N}{R_1} + U_{e2} \frac{R_N}{R_2} + \dots \right)$$

Eingangswiderstand

$$Z_{in} = R_1 \parallel R_2 \parallel \dots \parallel R_n$$



59.4 Subtrahierer

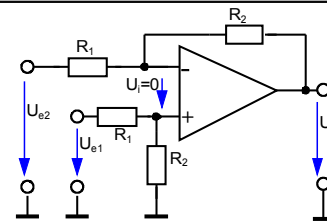
Verstärkung

$$U_a = \left(U_{e1} - U_{e2} \right) \frac{R_2}{R_1}$$

Eingangswiderstand

$$Z_{in1} = R_1$$

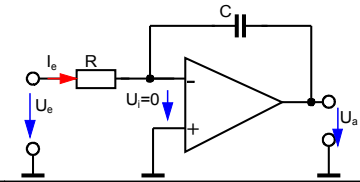
$$Z_{in2} = R_1$$



59.5 Integrator

Ausgangsspannung

$$U_a = - \frac{1}{RC} \int_{t_0}^{t_1} u_e(t) dt + U_a(t_0)$$



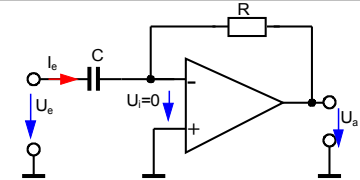
59.6 Differenzierer

Ausgangsspannung

$$U_a = - RC \frac{dU_e}{dt}$$

Eingangsstrom

$$I_e = C \frac{dU_e}{dt}$$

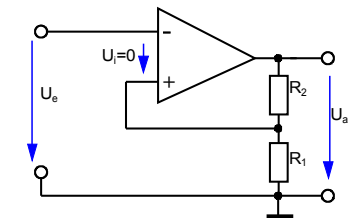


59.7 Invertierender Schmitt-Trigger

Schaltswellen

$$U_{eein} = - \frac{R_1}{R_1 + R_2} U_{a \max}$$

$$U_{eaus} = + \frac{R_1}{R_1 + R_2} U_{a \max}$$

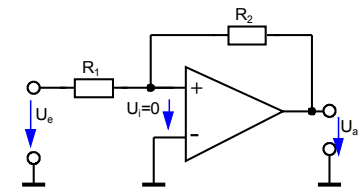


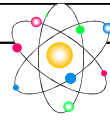
59.8 Nichtinvertierender Schmitt-Trigger

Schaltswellen

$$U_{eein} = + \frac{R_1}{R_2} U_{a \max}$$

$$U_{eaus} = - \frac{R_1}{R_2} U_{a \max}$$





59.10 Multivibrator

Frequenz

$$f = \frac{1}{2 \cdot R_1 C_1 \cdot \ln\left(1 + \frac{2 \cdot R_2}{R_3}\right)}$$

59.11 Dreieck-Rechteckgenerator

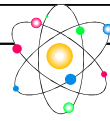
Frequenz

$$f = \frac{R_3}{R_2} \cdot \frac{1}{4 \cdot R_1 C_1}$$

59.12 Spannungsgesteuerte Stromquelle

Konstantstrom

$$I_a = \frac{U_e}{R}$$



60. Dreiphasensysteme

60.1 Vierleiternetz

60.1.1 Allgemein

Stern

$$U_R = U \angle 0^\circ$$

$$U_S = U \angle -120^\circ$$

$$U_T = U \angle 120^\circ$$

Dreieck

$$U_{RS} = U \sqrt{3} \angle 30^\circ$$

$$U_{ST} = U \sqrt{3} \angle -90^\circ$$

$$U_{TR} = U \sqrt{3} \angle 150^\circ$$

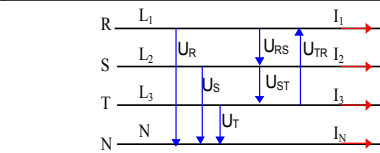
$$|U_{RS}| = U_R \sqrt{3}$$

Alle Werte sind komplex

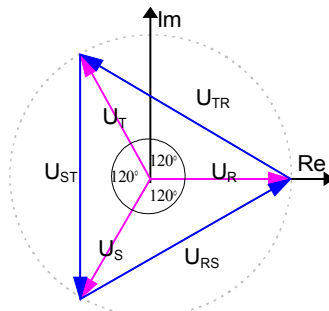
$$U_{RS} = U_R - U_S$$

$$U_{ST} = U_S - U_T$$

$$U_{TR} = U_T - U_R$$



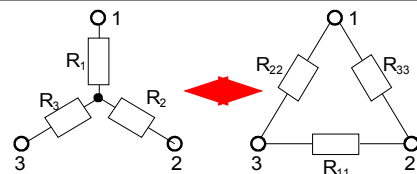
U: Betrag der Spannung U_R



U_R, U_S, U_T : Strangspannung
 U_{RS}, U_{ST}, U_{TR} : Verkettete Spannung, Phasenspannung

60.1.2 Umrechnung der Lasten von Stern <--> Dreieck

siehe 50.4.1



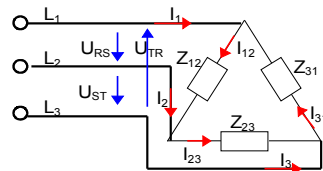
60.1.2.1 Umrechnung Ströme

Leiterströme

$$I_1 = I_{12} - I_{31}$$

$$I_2 = I_{23} - I_{12}$$

$$I_3 = I_{31} - I_{23}$$



60.1.3 Symmetrische Belastung (Vierleiter-,Dreileitersystem)

60.1.4 Spannung, Strom

$$U_R + U_S + U_T = 0$$

Alle Werte sind komplex
 I^* : Konjugiertkomplex siehe **Math. 10**

$$U_{RS} + U_{ST} + U_{TR} = 0$$

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

$$I_1^* + I_2^* + I_3^* = 0$$

Umrechnung:

$$|I_1| = |I_{12}| \cdot \sqrt{3}$$

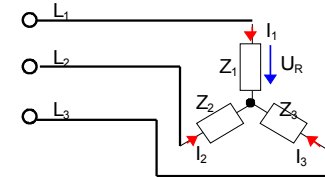
60.1.5 Leistung bei symmetrische Belastung

Stern

$$P = 3 \cdot |U_R \cdot I_1| \cdot \cos(\varphi)$$

Die Wirkleistung ist nicht komplex

$$S_L = 3 \cdot |U_R \cdot I_1| \angle \varphi$$

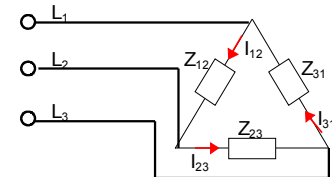


Dreieck

$$P = \sqrt{3} \cdot |U_{RS} \cdot I_{12}| \cdot \cos(\varphi)$$

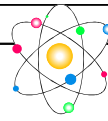
$$P = 3 \cdot |U_{RS} \cdot I_{12}| \cdot \cos(\varphi)$$

Wirkleistung ist nicht komplex



Umschaltung von Stern auf Dreieck

$$S_\Delta = 3S$$



60.2 Unsymmetrische Belastung

60.2.1 Vierleiterssystem

<p>Nullleiterstrom (Stern)</p> $I_N = I_1 + I_2 + I_3$ $I_N = \frac{U_R}{I_R} + \frac{U_S}{I_S} + \frac{U_T}{I_T}$	<p>Alle Werte komplex Bem: Ist $I_N=0$ so muss nicht eine Symmetrische Belastung vorliegen, es kann aber</p>
---	--

60.2.2 Leistung Vierleiternetz

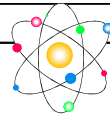
$S_L = U_R I_R^* + U_S I_S^* + U_T I_T^*$	<p>Alle Werte komplex S : Komplexe Leistung I* : Konjugiert komplex siehe Math. 10</p>
---	---

60.2.3 Dreileitersystem

<p>Berechnung der Nullleiterspannung 1. Virtueller Nullleiterstrom:</p> $I_0 = \frac{U_R}{R_R} + \frac{U_S}{R_S} + \frac{U_T}{R_T}$ <p>Nullleiterspannung: (Sternpunktspannung)</p> $U_0 = I_0 \cdot R_0 = I_0 \cdot [R_R \parallel R_S \parallel R_T]$	
<p>Berechnung der Strangspannungen</p> $U_{R'} = U_R - U_0$ $U_{S'} = U_S - U_0$ $U_{T'} = U_T - U_0$	<p>$U_0=0$ bedeutet nicht das eine symmetrische Belastung vorliegt. Alle Werte sind komplex</p>

60.2.4 Leistung Dreileiternetz

<p>Stern</p> $S_L = U_R I_1^* + U_S I_2^* + U_T I_3^*$ <p>Alle Werte sind komplex</p> <p>I* : Konjugiert komplex siehe Math. 10 S : Komplexe Scheinleistung U_R, U_S, U_T : Strangspannung aus 60.2.3</p>	
<p>Stern und Dreieck</p> $S_L = U_{ST} I_2^* - U_{TR} I_1^*$ $= U_{TR} I_3^* - U_{RS} I_2^*$ $= U_{RS} I_1^* - U_{ST} I_3^*$ $I_1^* + I_2^* + I_3^* = 0$ <p>Alle Werte sind komplex.</p> <p>I* : Konjugiert komplex siehe Math 10 Bem: Es müssen nur Aussenleiter grössen bekannt sein</p>	



62. Vierpol Parameter

Lindner p.403
Allgemein



Rechnen mit den Vierpolparameter (HP48)

Selbst geschriebene Funktionen
[HOME/ALGEMEIN/ELEKTR/VIERPOL]
Alle Parameter auf den Stack $X_{11}, X_{12}, X_{21}, X_{22}$

Hilfsfunktionen

Parameter -> Array

→ **ARR**

Array - Parameter

ARR→

Umrechnender Vierpolparameter

Umrechnen z-Parameter	Parameter
Z → Y Z → A Z → H	$Z_{11} \ Z_{12} \ Z_{21} \ Z_{22}$
Umrechnen y-Parameter	Parameter
Y → Z Y → A Y → H	$Y_{11} \ Y_{12} \ Y_{21} \ Y_{22}$
Umrechnen a-Parameter	Parameter
A → Y A → Z A → H	$a_{11} \ a_{12} \ a_{21} \ a_{22}$
Umrechnen h-Parameter	Parameter
H → Y H → A H → Z	$h_{11} \ h_{12} \ h_{21} \ h_{22}$

Eingangswiderstand Z→EIN	
Funktion	Parameter (R _L =Lastwiderstand)
ZEIN	$Z_{11} \ Z_{12} \ Z_{21} \ Z_{22} \ Z_L$

Ausgangswiderstand Z→AUS	
Funktion	Parameter (R _G =Quellenwiderstand)
ZAUS	$Z_{11} \ Z_{12} \ Z_{21} \ Z_{22} \ Z_G$

Spannungsverstärkung VU	
Funktion	Parameter (R _L =Lastwiderstand)
A	$a_{11} \ a_{12} \ a_{21} \ a_{22} \ Z_L$
Y	$y_{11} \ y_{12} \ y_{21} \ y_{22} \ Z_L$

Stromverstärkung VI	
Funktion	Parameter (R _L =Lastwiderstand)
A	$a_{11} \ a_{12} \ a_{21} \ a_{22} \ Z_L$
Z	$Z_{11} \ Z_{12} \ Z_{21} \ Z_{22} \ Z_L$
H	$h_{11} \ h_{12} \ h_{21} \ h_{22} \ Z_L$